A számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség szerint:

$$\frac{x^2+y^2}{2} \geq xy,$$

így $(xy)^z = (x^2+y^2)^m \geq 2^m (xy)^m$, $(xy)^{\frac{z-m}{m}} \geq 2$; ezért szükségképpen $z > m$. Jelöljük x és y legnagyobb közös osztóját d-vel; $x = ad$ és $y = bd$, ahol a és b relatív prímek. Ezt az eredeti egyenletbe behelyettesítve kapjuk:

$$(a^2d^2 + b^2d^2)^m = (abd^2)^z,$$

rendezve

$$(a^2+b^2)^m = (ab)^z d^{2(z-m)}. \tag{1}$$

Tegyük fel, hogy $a \neq 1$, azaz létezik olyan p prím, amely osztja a-t. Ekkor p osztója a fenti egyenlet jobb oldalának, tehát a bal oldalának is. Ez csak úgy lehet, ha p osztója (a^2+b^2)-nek, vagyis p osztója b-nak. Így a-nak és b-nek van közös prímosztója, ez pedig ellentmondás. Innen $a = 1$, és hasonlóan bizonyítható, hogy $b = 1$.

Ekkor (1) a következőképpen alakul:

$$2^m = d^{2(z-m)}.$$

A d ezért csak 2-hatvány lehet; legyen $d = 2^k$. Behelyettesítve: $m = 2(z-m)k$, azaz $m = \dfrac{2k}{1+2k} z$. $2k$ és $1+2k$ relatív prímek, m egész, így $1+2k$ osztja z-t; legyen $z = (1+2k)n$. Ekkor $m = 2kn$; tehát a feladatnak csak páros m-re van megoldása, és minden megoldás $x = y = 2^k$, $z = (1+2k)n$ alakú, ahol $m = 2kn$.

Páles Csaba (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján