

A négyoldalú gúla felszíne egy egységoldalú négyzetből és 4 darab egybevágó egységoldalú szabályos háromszögből áll;  $F_g = 1 + \sqrt{3}$ .

A gúla térfogata:  $V_g = \frac{A_t \cdot m}{3}$ . Az alaplap négyzet, és így  $m = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $V_g = \frac{\sqrt{2}}{6}$ .

Mivel a gúla szabályos, a levágott kis tetraéderek egybevágók. Határozzuk meg egy kis tetraéder térfogatát. A tetraéder alaplapja  $\frac{1}{2}$  befogójú egyenlő szárú derékszögű háromszög, területe:  $\frac{1}{8}$ , a tetraéder magassága a gúla magasságának a fele:  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .

A négy kis tetraéder együttes térfogata:  $\frac{4 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{24}$ . A maradék test térfogata pedig:

$$\frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{\sqrt{2}}{24} = \frac{\sqrt{2}}{8} \text{ térfogategység.}$$

Egy kis tetraéder felszíne egy  $\frac{1}{2}$  befogójú egyenlő szárú derékszögű háromszögből, 2 darab  $\frac{1}{2}$  oldalú szabályos háromszögből és egy  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  oldalú háromszögből áll, amely Pitagorasz tételének megfordítása értelmében az elsőként említett egyenlő szárú derékszögű háromszöggel egybevágó. Így

$$t_1 = \frac{1}{8}, \quad t_2 = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{16}.$$

A gúla felszínéből ki kell vonnunk a kis tetraéderek alapcsúcsokban található 3–3 lapjának területösszegét, és ehhez hozzáadnunk a negyedik lapok területösszegét.

A megmaradt test felszíne:

$$F = 1 + \sqrt{3} - \left(4 \cdot \frac{1}{8} + 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{16}\right) + 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \approx 1,866 \text{ területegység.}$$

