Az $[1^2+1,\ 2^2+2)$, $[2^2+2,\ 3^2+3)$, $[3^2+3,\ 4^2+4)$, $\ldots$ intervallumok valamelyike tartalmazza p-t. Legyen ez az intervallum $[x^2+x,\ (x+1)^2+(x+1))$. Ekkor $x^2+x \le p < (x+1)^2+(x+1)$.

Vizsgáljuk először azt az esetet, amikor $p < x^2+2x$. Ebben az esetben $a=x$ és $b=p-x^2-x$ eleget tesz a feladat feltételeinek: $a=x=x^2+2x-(x^2+x) > p-x^2-x=b$ miatt $1 < p-a^2 < p-b^2$, továbbá $(p-a^2)$ osztója $(p-b^2)$-nek, mert

$$p-b^2 = p-(p-a^2-a)^2 = (p-a)^2(-p+a^2+2a+1).$$

Tekintsük ezután az $x^2+2x \le p < (x+1)^2+(x+1)$ esetet. Mivel p 5-nél nagyobb prím, nem lehet $x(x+2)$ és $(x+1)^2$ alakú, így

$$(x+1)^2+1 \le p < (x+1)^2+(x+1).$$

Ha $p=(x+1)^2+1$, akkor $a=x$ és $b=1$ megfelel. Ekkor ugyanis $p-a^2=2(x+1)$ és $p-b^2=(x+1)^2$; a p páratlan volta miatt $x+1$ páros, így $(p-a^2)$ osztója $(p-b^2)$-nek.

Ha $(x+1)^2+2 \le p < (x+1)^2+(x+1)$, akkor válasszuk a-t $(x+1)$-nek. Legyen b az a-nak $(p-a^2)$-tel való osztási maradéka, ha a nem osztható $(p-a)^2$-tel, különben pedig legyen $b=p-a^2$. Ekkor

$$b \le p-a^2 < (x+1)^2+(x+1)-(x+1)^2 = a$$

miatt $1 < p-a^2 < p-b^2$; $(p-b^2)$ osztható $(p-a^2)$-tel, mert

$$p-b^2 = p-a^2+(a-b)(a+b),$$

és $a-b$ a b definíciója miatt osztható $(p-a^2)$-tel.

Megjegyzés. A feladat kitűzésében $(p-b^2)$ helyett $(p-b)^2$-et írtunk. A sajtóhibát szerencsére észrevették a megoldók.