

A test egyrészt veszít az energiájából a súrlódás miatt, másrészt az ütközéseknél. A kezdeti mechanikai energiája

$$E_0 = mgh.$$

Addig, amíg lecsúszik a lejtő aljára, a súrlódási erő által végzett munka:

$$W_0 = F_s l = \mu mg \cos \alpha \frac{h}{\sin \alpha} = \mu mgh \operatorname{ctg} \alpha.$$

(A lejtőre merőleges támasztóerő $mg \cos \alpha$.) Közvetlenül a pattanás előtt a test mozgási energiája

$$E_1 = E_0 - W_0 = mgh(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha).$$

Mivel az ütközéskor a sebesség k -szorosára csökken ezért a mozgási energia k^2 -szeresére. Visszapattanás után a test h_2 magasságba emelkedik, ekkor az energiája:

$$E_2 = mgh_2 = k^2 E_1 - \mu mgh \operatorname{ctg} \alpha,$$

innen

$$h_2 = \frac{hk^2(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha}.$$

Ezután a folyamat megismétlődik, és a maximális magasságok egy mértani sort alkotnak, amelynek hányadosa

$$q = \frac{k^2(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha}.$$

Így az összesen megtett út:

$$s_{\text{összes}} = \frac{h}{\sin \alpha} (1 + 2(q + q^2 + q^3 + \dots)).$$

Mivel $q < 1$, ezért a sor felösszegezhető:

$$s_{\text{összes}} = \frac{h}{\sin \alpha} \left(1 + \frac{2q}{1 - q} \right) \approx 4,46 \text{ m.}$$

A test egyenletesen gyorsuló mozgást végez, de más a gyorsulása fölfelé, mint lefelé. Két pattanás között eltelt idő:

$$t_i = t_{\text{fel}} + t_{\text{le}} = \sqrt{\frac{h_i}{\sin \alpha}} \left(\sqrt{\frac{2}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}} + \sqrt{\frac{2}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}} \right) = C \sqrt{\frac{h_i}{\sin \alpha}}.$$

Látható, hogy ez a megtett út négyzetgyökével arányos, csupán az első lecsúszást kell külön figyelembe venni. A megállásig eltelt idő:

$$t_{\text{összes}} = t_1 + C \sqrt{\frac{h}{\sin \alpha}} (\sqrt{q} + \sqrt{q^2} + \dots) = t_1 + C \sqrt{\frac{h}{\sin \alpha}} \left(\frac{\sqrt{q}}{1 - \sqrt{q}} \right) \approx 3,94 \text{ s.}$$

Több dolgozat alapján