

Megoldásvázlat. Legyen a lejtő alapjának hossza d . Ha $\operatorname{tg} \alpha > \mu$, egy test a lejtőn

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g(\sin \alpha \cos \alpha - \mu \cos^2 \alpha)}} = \sqrt{\frac{4d}{g(\sin 2\alpha - \mu(1 + \cos 2\alpha))}}$$

idő alatt csúszik le. Ez az idő annál az α szögnél a legkisebb, amelynél a $\sin 2\alpha - \mu \cos 2\alpha$ kifejezés a lehető legnagyobb. Bevezetve a $\mu = -\operatorname{ctg} \varphi$ jelölést a fenti kifejezés

$$\sin 2\alpha - \mu \cos 2\alpha = \frac{1}{\sin \varphi} \cdot \cos(2\alpha - \varphi)$$

alakra hozható. Ennek maximuma nyilván $2\alpha = \varphi$ szögnél van, tehát a kis test

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{ctg}(-\mu) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \mu$$

szögű lejtőről csúszik le leghamarabb.

Megjegyzés. A kérdéses szög $\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\mu + \sqrt{\mu^2 + 1})$ alakban is felírható. Súrlódásmentes esetben ($\mu = 0$) az optimális hajlásszög $\alpha = 45^\circ$.

Hamar Gergő (Dombóvár, Illyés Gy. Gimn. 10. o.t.)