I. megoldás. *a*) Az eredetileg L hosszú rugók megnyúlása

$$\Delta L = \sqrt{(L^2 + x^2} - L,$$

a testre ható eredő erő tehát

$$F = -2D\Delta L\,\sin\alpha = -2D(\sqrt{L^2 + x^2} - L)\frac{x}{\sqrt{(L^2 + x^2} - L}.$$

(α a kitérített helyzetű rugó szöge az eredeti irányához viszonyítva.)

Az egyes rugók megnyúlására fennáll az

$$\Delta L \cdot (\Delta L + 2L) = x^2$$

összefüggés. Ha $x \ll L$, akkor $\Delta L \ll 2L$, a fenti zárójelben levő első tag tehát elhanyagolható a második mellett. Ebben a közelítésben

$$\Delta L \approx \frac{x^2}{2L}, \qquad \text{illetve} \qquad F \approx -D\frac{x^3}{L^2}.$$

b) Hogyan függ egy ilyen – anharmonikus rezgést végző – test periódusideje a legnagyobb kitéréstől? Mivel a rugók megnyúlása x^2-tel arányos, a bennük tárolt rugalmas energia a kitérítés 4. hatványával arányosan növekszik. Ha összehasonlítjuk az 1 cm-es és a 2 cm-es amplitúdójú rezgést, megállapíthatjuk, hogy a jobban kitérített testnél a rendszer teljes energiája $2^4 = 16$-szor nagyobb, mint a kevésbé kitérítettnél. Ugyanez az arány a legnagyobb mozgási energiák között is, amiből következik, hogy a jobban kitérített test legnagyobb sebessége 4-szer nagyobb, mint az eredeti esetben volt.

Hasonló érveléssel látható be, hogy a 2 cm-ről indított test sebessége nem csak az egyensúlyi helyzeten való áthaladáskor, hanem *minden helyzetben* 4-szerese az 1 cm-ről indított test megfelelő (felére kicsinyített helyzetű) sebességének, a teljes (2-szer hosszabb) utat tehát *fele* annyi idő alatt teszi meg, mint másik test. Ezek szerint a 2 cm-es amplitúdójú rezgés periódusideje 1 s.

Jung János (Bonyhád, Petőfi S. Gimn., 11. o.t.)

II. megoldás. *b*) Keressünk kapcsolatot a periódusidő és az amplitúdó között egy olyan (anharmonikus) rezgőmozgásnál, melyet (kis kitérések esetén) az $F = -k \cdot x^3$ mozgásegyenlet ír le.

A T periódusidő függhet a k „rugóállandótól”, a test m tömegétől és a rezgés A amplitúdójától. Ha megvizsgáljuk az egyes mennyiségek mértékegységeit, akkor rájöhetünk, hogy a kérdéses kapcsolat csakis

$$T \propto \sqrt{\frac{1}{kA^2}}$$

alakú lehet. Ezek szerint adott k (vagyis adott D és L) esetén a periódusidő fordítottan arányos a legnagyobb kitéréssel, a kérdéses 2 cm-es amplitúdónál tehát $T = 1$ s.

Gáspár Merse Előd (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)