Először belátjuk, hogy az ellipszis görbületi sugara a tengelyek végpontjaiban b^2/a, illetve a^2/b, ahol $2a$ és $2b$ a nagytengely és a kistengely hossza. Ez a matematikai eredmény többféle fizikai meggondolással is levezethető, egy ilyen pl. a következő.

Tekintsük a M tömegű Nap körül ellipszispályán keringő bolygót! A nagytengely végpontjában, a Naptól r távolságban felírva Newton mozgásegyenletét:

$$\frac{\gamma M}{r^2}=\frac{v^2}{R},$$

ahol R a görbületi sugár a nagytengely végpontjában. A keringési idő (Kepler III. törvénye szerint, $2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\gamma M}}$, az ellipszis területe pedig πab, ezért a területi sebesség a nagytengely végpontjában:

$$\frac{vr}{2}=\frac{ab}{2}\sqrt{\frac{\gamma M}{a^3}}.$$

A két egyenlőségből $R=b^2/a$. (A gondolatmenetben kihasználtuk, hogy az ellipszis fókuszai a nagytengelyen vannak, ezért az a kistengely végpontjára így nem alkalmazható, de a görbületi sugár szempontjából a tengelyek szerepe szimmetrikus.)

A feladatban szereplő egyenletesen mozgó testre a tengelyek végpontjaiban fennáll az $F=mv^2/R$ mozgásegyenlet, R a megfelelő görbületi sugár. Az adatokkal $b^2/a=1,25$ m, $a^2/b=10$ m, és $2a=10$ m, $2b=5$ m.

Máthé András (Budapest, Apáczai Cs. J. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzés. Az ellipszis kérdéses görbületi sugarait a harmonikus rezgőmozgás kinematikájának ismert összefüggéseiből is kiszámíthatjuk. Tekintsük az $x-y$ síkban $x=a\cos\omega t$ és $y=b\sin\omega t$ összefüggéseknek megfelelően (a és b féltengelyű) ellipszispályán mozgó testet. $t=0$ pillanatban a test az ellipszis egyik tengelyének végénél $v=b\omega$ sebességgel és $A=a\omega^2$ gyorsulással mozog. Másrészt viszont $A=v^2/R$, ahonnan a görbületi sugár: $R=b^2/a$. Hasonlóan kapjuk, hogy a másik tengely végpontjaiban az ellipszis simulókörének sugara a^2/b.