A fémrúd belsejében a töltéshordozók (az elektronok) szabadon el tudnak mozdulni. A mágneses térben mozgó rúd elektronjaira az érintőleges sebességükkel arányos nagyságú Lorentz-erő hat. Ennek hatására a rúd megforgatásakor az elektronok a rúdhoz képest elmozdulnak, a mágneses mező és a forgás irányától függően vagy kifelé, vagy a forgástengely felé mozognak. Kezdetben (a még nem forgó) a fémrúd belsejében nem volt elektromos erőtér, az elmozduló töltések hatására viszont egyre erősebb elektromos mező alakul ki, amely egyre jobban gátolja az elektronok további mozgását. A töltéshordozók átrendeződése mindaddig tart, amíg az elektromos erő és a mágneses Lorentz-erő együttes hatása éppen akkora nem lesz, amekkora erő az elektronok körpályán tartásához szükséges (*1. ábra*).

Jelöljük az elektron töltését e-vel, tömegét pedig m-mel, a mágneses indukció nagyságát pedig$B$-vel! A forgástengelytől r távolságban $r\omega$ sebességgel mozgó elektronok gyorsulása $r\omega^2$, a mozgásegyenletük tehát

$$eE - eBr\omega = -mr\omega^2,$$

ahol $E(r)$ az elektromos tér nagysága a forgástengelytől r távolságban. Az elektromos mező nagysága tehát

$$E(r) = r\left(B\omega - \frac{m}{e}\omega^2\right),$$

iránya pedig a forgástengelyre merőleges, hiszen mind a Lorentz-erő, mind pedig a centripetális gyorsulás ilyen irányú (vagy ezzel ellentétes).

Azt az eredményt kaptuk tehát, hogy a fém belsejében inhomogén elektromos mező alakul ki, melynek nagysága a forgástengelytől mért távolsággal egyenesen arányos (az arányossági tényezőt jelöljük K-val), iránya pedig (a szögsebesség és a mágneses mező irányától függően) a forgástengely felé, vagy éppen azzal ellentétesen mutat (*2. ábra*). Az elektron fajlagos töltése, vagyis az e/m hányados SI-egységekben mérve nagyon nagy szám, emiatt reális B és ω értékek mellett a körmozgáshoz szükséges erő sokkal kisebb, mint a Lorentz-erő, vagyis $K \approx B\omega$.

Tekintsünk a fém belsejében egy kicsiny, trapéz alapú hasábbal közelíthető térrészt. Legyen az alaplap két „oldala” r és $r+\Delta r$ sugarú körív, másik két oldala zárjon be egymással α szöget, a magassága pedig legyen a forgástengellyel párhuzamos és h nagyságú (*3. ábra*). Számítsuk ki, mekkora elektromos fluxus halad át a térrész oldalfalain, majd ebből – a Gauss-törvény felhasználásával – számítsuk ki a vizsgált térrészben levő elektromos töltés mennyiségét!

Az r sugarú hengerpalást-darab területe $hr\alpha$, a rajta áthaladó (belépő) elektromos fluxus tehát $E(r)\cdot hr\alpha = hK\alpha r^2$. A másik hengerpalást-darabon áthaladó (kilépő) fluxus $Kh\alpha(r+\Delta r)^2$, a többi felületen pedig nem haladnak át elektromos erővonalak, a fluxus nulla. A térrész teljes felületén összesen

$$\Psi = Kh\alpha\left[(r+\Delta r)^2 - r^2\right] \approx 2Kh\alpha r\Delta r \approx 2B\omega h\alpha r\Delta r$$

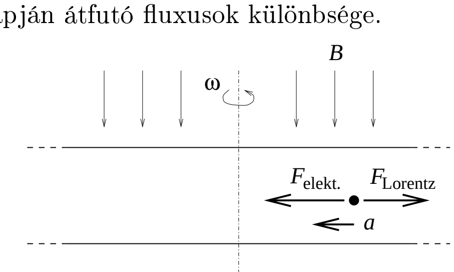
fluxus halad át, s így Gauss törvénye értelmében a ΔV térfogatú térrészben $Q = \varepsilon_0\Psi$ nagyságú (eredő) töltésnek kell elhelyezkednie. A térfogategységre jutó töltés nagysága, vagyis a töltéssűrűség:

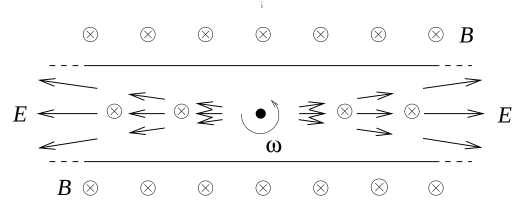
$$\varrho = \frac{Q}{\Delta V} = \varepsilon_0\frac{2B\omega h\alpha r\Delta r}{hr\alpha\Delta r} = 2\varepsilon_0 B\omega.$$

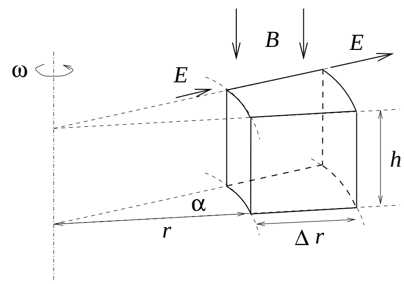
Ez a töltéssűrűség a helytől független, tehát a töltéseloszlás *egyenletes*. A kialakuló töltések előjele akkor pozitív, ha a Lorentz-erő a negatív elektronokat kifele „hajtja”, fordított forgásirány vagy fordított irányú mágneses tér esetében viszont a töltéseloszlás negatív lesz. Természetesen a test össztöltése mindkét esetben nulla kell legyen. A belülről hiányzó elektronok a rúd felületén (a hengerpaláston és a rúd végein) helyezkednek el, ha pedig a rúd belsejében eredő negatív töltéssűrűség alakul ki, akkor a felület pozitív lesz. A felületi töltéseloszlás pontos alakját elemi úton nem tudjuk meghatározni, de ez ebben a feladatban nem is volt kérdés.

(G. P.)

Megjegyzés. A töltéssűrűség kiszámításánál fontos volt, hogy a vékony fémrudat ne tekintsük „egydimenziós” alakzatnak. Ha így tettünk volna, vagyis a kialakuló elektromos mezőnek csak a rúddal párhuzamos komponensét vizsgáljuk, akkor a fenti eredmény *felét* kapjuk csak meg. A hiba onnan származna, hogy ilyenkor nem vennénk figyelembe a rúd kicsiny (értelemszerűen hengeresnek tekintett) darabkájának palástján áthaladó elektromos fluxust. Meglepő, de igaz, hogy a majdnem párhuzamos elektromos mezőből éppen annyi elektromos fluxus „szökik meg” a paláston, mint amennyi a henger alaplapján és fedőlapján átfutó fluxusok különbsége.







ω
B
E
E
h
α
r
Δ r