Tételezzük fel először, hogy a tapadó súrlódás elegendően nagy (tehát a dominók sem egymáson, sem pedig a félhengeren csúsznak meg), és vizsgáljuk meg, hogy milyen erők hatnak a dominó-oszlop α szöggel kibillent helyzetében. Az *1. ábrán* látható jelöléseket használva állíthatjuk, hogy TE megegyezik az EF ív hosszával, azaz $R\alpha$-val, hiszen a dominók tisztán gördülnek a félhengeren. Stabil billegés akkor alakulhat ki, ha az n dominóból álló merev test K tömegközéppontban ható nehézségi erő hatásvonala az E érintkezési ponttól balra esik, vagyis teljesül az

$$\frac{nd}{2}\operatorname{tg}\alpha = KT\cdot\operatorname{tg}\alpha < TE = R\alpha,$$

vagy az ezzel egyenértékű

$$n < \frac{2R}{d}\cdot\frac{\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} < \frac{2R}{d} = 12$$

feltétel. Eszerint 11 dominóból álló oszlopot rakhatunk fel félhenger tetejére, ha stabil billegést akarunk létrehozni. (Ha α elegendően kicsi, akkor $\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$, tehát ilyenkor – nem túl nagy szögkitérések esetén – valóban fennáll a fenti egyenlőtlenség.)

Másképp is érvelhetünk. A K tömegközéppont magassága – avagy az ezzel arányos helyzeti energia – a dominók vízszintes ($\alpha = 0$) helyzetében kell legyen a legkisebb, innen kicsit kibillentve a rendszert a helyzeti energiának növekednie kell. (Ha α növekedtével csökkenne a helyzeti energia, akkor a mozgási energia egyre nagyobb lenne, s ez ellentmond a stabil billegés feltevésének.) A tömegközéppont magassága a félhenger alapsíkja felett

$$h(\alpha) = R\cos\alpha + R\alpha\sin\alpha + \frac{nd}{2}\cos\alpha \approx \left(R + \frac{nd}{2}\right) + \alpha^2\left(\frac{R}{2} - \frac{nd}{4}\right).$$

(Felhasználtuk, hogy kicsiny szögekre $\sin\alpha \approx \alpha$ és $\cos\alpha \approx 1 - \alpha^2/2$.) Látható, hogy a rendszer helyzeti energiájának akkor lesz minimuma $\alpha = 0$-nál, ha $n < 2R/d = 12$, vagyis legfeljebb 11 dominót rakhatunk egymásra, ha periodikusan billegő mozgást akarunk létrehozni.

Foglalkozzunk most egyetlen dominó megcsúszásának problémájával! Vegyük fel a dominó α szöggel kibillentett helyzetében a testre ható erőket (*2. ábra*), majd írjuk fel a mozgásegyenleteket! A test tömegközéppontjának koordinátái:

$$x = R\sin\alpha - R\alpha\cos\alpha + \frac{d}{2}\sin\alpha \approx \frac{d}{2}\alpha,$$
$$y = \frac{d}{2}\cos\alpha + R\alpha\sin\alpha - R(1-\cos\alpha) \approx R + \frac{d}{2}.$$

(Ismét alkalmaztuk a kicsiny szögek szögfüggvényeire vonatkozó közelítő formulákat, továbbá α négyzetét és magasabb hatványait elhanyagoltuk.)

A mozgásegyenletek:

$$N\sin\alpha - S\cos\alpha = ma_x,$$
$$mg - N\cos\alpha - S\sin\alpha = ma_y,$$
$$S\frac{d}{2} - NR\alpha = \Theta\beta,$$

ahol Θ a dominó tehetetlenségi nyomatéka a tömegközéppontján átmenő tengelyre vonatkoztatva, β pedig a szöggyorsulása. (Mivel $d \ll R$, a dominót tekinthetjük vékony lemeznek, melyre a rúdhoz hasonlóan $\Theta \approx \frac{1}{3}mR^2$.)

A mozgásegyenletekben is közelítve a szögfüggvényeket és tömegközépponti koordináták, valamint a szögelfordulás közötti kapcsolatot kihasználva a következő egyenleteket kapjuk:

$$N\alpha - S = m\frac{d}{2}\beta,$$
$$N - mg = 0,$$
$$S\frac{d}{2} - NR\alpha = \frac{1}{3}mR^2\beta.$$

Az egyenletrendszert megoldva megkaphatjuk a szöggyorsulás és a szögkitérés kapcsolatát:

$$\beta = -\alpha\cdot\frac{3g}{R^2}\left(R - \frac{d}{2}\right).$$

Stabil harmonikus rezgés akkor jöhet létre, ha a zárójelben álló kifejezés pozitív, vagyis ha $d < 2R$. (Ez a megadott számértékekkel nyilván teljesül, de ha d helyébe nd-t írunk, megkapjuk az n darab dominó rezgésének korábban meghatározott $n < 2R/d$ feltételét is.)

A mozgásegyenletek fenti közelítő alakjából kiszámíthatjuk az S súrlódási erőt, az N nyomóerőt, majd ezek segítségével a megcsúszás elkerülésének feltételét is:

$$S(\alpha) \approx mg\alpha\left(1+\frac{3d}{2R}\right) < \mu N \approx \mu mg.$$

Látható, hogy α növekedtével S is növekszik, az N nyomóerő pedig gyakorlatilag változatlan (nevezetesen az mg-vel egyezik meg), emiatt a csúszásmentes gördülés feltétele a legnagyobb szögkitérésnél a leginkább kritikus. Ez a maximális szögkitérés

$$\alpha_{\max} < \mu\left(1+\frac{3d}{2R}\right)^{-1} \approx 0{,}08,$$

ami fokokra átszámítva kb. 4,6°-nak felel meg.

Több dolgozat alapján

Megjegyzések. 1. A legnagyobb kitérésre adódó szög viszonylag kicsiny számértéke utólag „megerősíti" a számolás során alkalmazott közelítések jogosságát (vagy legalább azt mutatja, hogy nincs ellentmondás az alkalmazott közelítés és a kapott végeredmény között). Néhányan kevesebb közelítéssel éltek, és a viszonylag bonyolult formulákat numerikusan vagy grafikusan értékelték ki. Ők a kitérés felső korlátjára 4,61°-ot kaptak.

2. Sokan – tévesen – azt állították, hogy az α szögben kibillentett dominó lényegében egy α szögű lejtőn „érzi magát", és azon a megcsúszás határszögének ismert $\mu = \operatorname{tg}\alpha$ képletéből $\alpha < \operatorname{arctg}\mu = 5{,}7°$-ot kaptak. Ebben a gondolatmenetben ott a hiba, hogy nem veszi figyelembe a sztatikus helyzet és a gyorsuló mozgás közötti különbséget. A dominó tömegközéppontja – közelítőleg – harmonikus rezgőmozgást végez, a szélső helyzetben tehát van gyorsulása (sőt mi több, ott a legnagyobb a gyorsulása!), emiatt a súrlódási erőnek nem csak a súlyerő megfelelő komponensével kell egyensúlyt tartania, hanem a gyorsításhoz szükséges „többletet" is fedeznie kell.