

I. megoldás. A toronyóra mutatója délben 90° -os szöget zár be a vízszintessel, és ez a szög percenként 6° -kal csökken. A bogár által megtett út percenként $\frac{1}{15}$ értékkel nő, ha a távolság egységének a nagymutató hosszát választjuk. Eszerint az 1. perc végén a bogár

$$d(1) = \frac{1}{15} \sin 84^\circ = 0,066,$$

magasságban lesz, s hasonlóan

$$\begin{aligned} d(2) &= \frac{2}{15} \sin 78^\circ = 0,130, & d(3) &= \frac{3}{15} \sin 72^\circ = 0,190, \\ d(4) &= \frac{4}{15} \sin 66^\circ = 0,244, & d(5) &= \frac{5}{15} \sin 60^\circ = 0,289, \\ d(6) &= \frac{6}{15} \sin 54^\circ = 0,324, & d(7) &= \frac{7}{15} \sin 48^\circ = 0,347, \\ d(8) &= \frac{8}{15} \sin 42^\circ = 0,357, & d(9) &= \frac{9}{15} \sin 36^\circ = 0,353, \end{aligned}$$

s ettől kezdve csökken a bogár magassága. Látható, hogy a bogár a 8. és a 9. perc vége között volt a legmagasabban. Ezt az időtartamot tovább osztva megkaphatjuk, hogy a kérdéses szélsőérték kb. 8 perc és 13 másodpercnél következik be.

Pethő Balázs (Pécs, JPTE. Babits M. Gimn., 9. o.t.)

II. megoldás. A bogár eleinte emelkedni kezd, majd folyamatosan csökken a függőleges irányú sebessége, a legmagasabb pontban pedig a függőleges irányú sebessége (a toronyhoz viszonyítva) éppen nullává válik. Ez a sebesség a nagymutató megfelelő pontjának sebességéből és a bogárnak a nagymutatóhoz viszonyított sebességéből számolható ki.

Jelöljük a bogárnak a mutatóhoz viszonyított sebességét v -vel, a mutató szögsebességét ω -val, a szögelfordulását pedig α -val. Déli 12 óra után t idővel $\alpha = \omega t$, és a bogár $r = vt$ távol lesz a forgástengelytől. A bogár eredő függőleges sebessége

$$v_f = v \cos \alpha - r\omega \sin \alpha = v(\cos \alpha - \alpha \sin \alpha).$$

(Kihasználtuk, hogy $r\omega/v = \omega t = \alpha$.) Ez a kifejezés akkor válik nullává, amikor $\alpha = \operatorname{ctg} \alpha$, amely egyenlet közelítő megoldása $\alpha \approx 0,86$ radián, ami kb. $49,3^\circ$ -nak, illetve $t = 8$ perc és 13 másodpercnek felel meg.

Váry Mátyás (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., 12. o.t.)

Megjegyzés. Érdekes, hogy a kérdéses időpont *nem* függ a bogár sebességétől, feltéve, hogy addig (8 perc és 13 másodperc alatt) még nem ért el a bogár a mutató végéig.) Ha a bogár ennél gyorsabban mászna, akkor lenne legmagasabban, amikor a mutató végpontjához érkezne.

