A rúd és a golyó által alkotott rendszerre a függőleges nehézségi erő, a vízszintes irányú elektrosztatikus mező, valamint a rögzített tengelynél fellépő ismeretlen irányú és nagyságú kényszererő hat. Ez utóbbinak a tengelyre vonatkoztatott forgatónyomatéka nulla, emiatt a rendszer mozgását legkönnyebben a forgómozgás alapegyenletéből határozhatjuk meg.

a) Kezdetben a rendszer szögsebessége nulla, így a golyó gyorsulása érintő irányú. A β_0 kezdeti szöggyorsulás a

$$\sum M = \Theta_{\text{rendszer}}\beta_0, \qquad \Theta_{\text{rendszer}} = \Theta_{\text{pálca}} + \Theta_{\text{golyó}}$$

összefüggésekből számítható:

$$mg\frac{L}{2} + mgL = \left(\frac{1}{3}mL^2 + mL^2\right)\beta_0,$$

azaz $\beta_0 = \frac{9}{8}(g/L)$. A golyó (függőlegesen lefelé irányuló) gyorsulása $a_0 = L\beta_0 = \frac{9}{8}g$.

b) A pálca függőleges helyzetében a golyó gyorsulásvektora a rendszer szöggyorsulásából származó (és ebben a helyzetben éppen vízszintes) tangenciális gyorsulással, valamint a körmozgásból adódó (az adott helyzetben éppen függőlegesen felfelé irányuló) centripetális gyorsulással adható meg. A gyorsulás-komponensek számszerű meghatározásakor 2 esetet kell megkülönböztetnünk: (*i*) amikor az elektrosztatikus mező segíti a pálca függőleges helyzetbe kerülését, illetve (*ii*) amikor gátolja azt. (A golyó töltésének előjele és az elektromos térerősség iránya határozza meg, hogy melyik eset valósul meg.)

(*i*) Vizsgáljuk először azt az esetet, amikor az elektromos térerősség a mozgás kezdetén (egészen a függőleges helyzet eléréséig) növeli a rendszer szöggyorsulását. A munkatétel szerint

$$W_{\text{gravitációs}} + W_{\text{elektrosztatikus}} = \Delta E_{\text{mozgási}},$$

vagyis

$$mgL + mg\frac{L}{2} + EQL = \frac{1}{2}\Theta_{\text{rendszer}}\cdot\omega^2,$$
$$mg\frac{3L}{2} + \frac{mg}{Q}QL = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}mL^2\cdot\omega^2,$$

ahonnan $\omega^2 = \frac{15}{4}(g/L)$, a pálca végpontjának centripetális gyorsulása pedig

$$a_1 = L\omega^2 = \frac{15}{4}g.$$

A tangenciális gyorsulást a forgómozgás alaptörvényéből számíthatjuk ki:

$$EQL = \frac{4}{3}mL^2\cdot\beta, \qquad \text{ahonnan} \qquad \beta = \frac{3g}{4L},$$

a golyó vízszintes gyorsulása pedig (a pillanatnyi sebességgel egyező irányban) $a_2 = L\beta = \frac{3}{4}g$.

A golyó gyorsulásának nagysága

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \frac{3\sqrt{26}}{4}g \approx 3{,}82g \approx 37{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

iránya pedig (előre és felfelé) $\operatorname{arc\,tg} 5 \approx 79^\circ$-os szöget zár be a vízszintessel.

(*ii*) Hasonló módon (az elektromos térerősség előjelének megváltoztatásával) számolható a másik eset is. A pálca szögsebessége függőleges helyzetben $\omega = \sqrt{3g/(4L)}$, a golyó centripetális gyorsulása tehát $a_1 = L\omega^2 = \frac{3}{4}g$. A golyó tangenciális gyorsulása ugyanakkora nagyságú, mint az előző esetben (hiszen csak az elektromos térerősségnek van forgatónyomatéka), de az iránya a sebességgel ellentétes. A golyó gyorsulásának nagysága

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}g \approx 1{,}06g \approx 10{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

iránya pedig (hátra és felfelé) 45°-os szöget zár be a vízszintessel.

Balogh Tímea (Mezőkövesd, Szent László Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján