Vegyünk fel egy olyan koordináta-rendszert, melynek z tengelye párhuzamos a henger tengelyével. Hosszú idő után a test várhatóan z irányú, állandó nagyságú sebességgel fog mozogni. A testnek a csőben elfoglalt állandósult helyzetét a henger keresztmetszetét mutató *1. ábrán* látható γ szöggel jellemezhetjük. Helyezzük el a koordináta-rendszer origóját a testnél, az y tengelyt pedig a henger tengelyére illeszkedően. (Ezzel már az x tengely irányát is megadtuk.)

A testre az mg nagyságú **G** gravitációs erő, valamint a henger által kifejtett **S** súrlódási erő és **N** nyomóerő hat. Bontsuk fel ezeket az erőket a választott koordináta-rendszernek megfelelő komponensekre. A gravitációs erő z irányú összetevője $G_z = -mg\sin\alpha$, az $x - y$ síkbeli vetülete tehát $mg\cos\alpha$ (*2. ábra*). Ez utóbbit a tovább bonthatjuk:

$$G_x = mg\cos\alpha\cdot\sin\gamma, \qquad G_y = -mg\cos\alpha\cdot\cos\gamma.$$

A súrlódási erőnek nincs y irányú összetevője, a másik két komponensét jelöljük S_x-szel és S_z-vel. A nyomóerő tisztán y irányú, nagysága N.

A test állandó sebességgel (gyorsulásmentesen) mozog, a rá ható erők eredője nulla. Ezt az összefüggést komponensenként felírva:

$$G_x + S_x = 0, \quad \text{ahonnan} \quad S_x = -mg\cos\alpha\cdot\sin\gamma, \tag{1}$$

$$G_y + N = 0, \quad \text{innen} \quad N = mg\cos\alpha\cdot\cos\gamma, \tag{2}$$

$$G_z + S_z = 0, \qquad \text{vagyis} \qquad S_z = mg\sin\alpha. \tag{3}$$

Tudjuk továbbá, hogy a test csúszása miatt fennáll a

$$\sqrt{S_x^2 + S_z^2} = \mu N \tag{4}$$

összefüggés is. Innen (1), (2) és (3) felhasználásával a kérdéses γ szögre a

$$\cos\gamma = \frac{1}{\cos\alpha\sqrt{1+\mu^2}} \tag{5}$$

összefüggést kapjuk, ez határozza meg tehát a csőből kicsúszó test helyzetét.

Ha bevezetjük a $\mu = \operatorname{tg}\varepsilon$ módon értelmezett ε súrlódási határszöget, (5) így is felírható:

$$\cos\gamma = \frac{\cos\varepsilon}{\cos\alpha}. \tag{5*}$$

Mivel a megadott feltételek szerint $\varepsilon > \alpha$, (5*) jobb oldalán 1-nél kisebb szám áll, tehát az γ-ra megoldható.

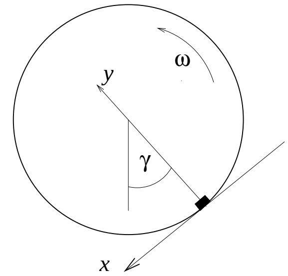
A csúszó testre ható súrlódási erő iránya ellentétes a test és a felület *relatív* sebességével. Jelöljük $-v$-vel a test z tengely irányú sebességét. A hengerpalásthoz képest a test x irányban $r\omega$ sebességgel mozog. A súrlódási erő és a relatív sebesség párhuzamosságának feltétele:

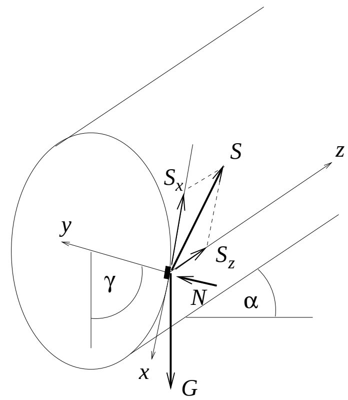
$$\frac{v}{r\omega} = \frac{S_z}{S_x},$$

ahonnan a korábbi eredmények felhasználásával a kicsúszás sebessége:

$$v = r\omega\frac{mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha\sin\gamma} = r\omega\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\gamma}} = r\omega\operatorname{tg}\alpha\sqrt{\frac{1+\mu^2}{\mu^2-\operatorname{tg}^2\alpha}}.$$

Balogh Tímea (Mezőkövesd, Szent László Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján





S
z
S_x
y
S_z
γ
N
α
x
G