A pozitron sebessége helyett kényelmesebb a részecske

$$E=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{1}$$

energiájával számolni (m_0 a nyugalmi tömeg). A pozitron $\mathbf{p}=\dfrac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ impulzusvektora és az energiája között fennáll az

$$E^2-p^2c^2=m_0^2c^4 \tag{2}$$

összefüggés.

Jelöljük az egyik foton impulzusát $\mathbf{k}_1$-gyel, az energiája ekkor $E_1=|\mathbf{k}_1|c$. (A fotonok tömege nulla.) A megmaradási törvények szerint a másik foton impulzusa $\mathbf{k}_2=\mathbf{p}-\mathbf{k}_1$, energiája pedig $E_2=m_0c^2+E-E_1$. A két foton impulzusa merőleges egymásra, a skalárszorzatuk tehát nulla: $\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2=0$, vagyis

$$\mathbf{k}_1(\mathbf{p}-\mathbf{k}_1)=0. \tag{3}$$

Másrészt E_2 és $\mathbf{k}_2$ között fennáll az $E_2^2-k_2^2c^2=0$ összefüggés, amely a fentiekkel kifejezve így írható:

$$\left(m_0c^2+E-E_1\right)^2-(\mathbf{p}-\mathbf{k}_1)^2c^2=0.$$

A négyzetre emeléseket elvégezve és felhasználva, hogy (2) alapján $p^2c^2=E^2-m_0^2c^4$, valamint (3) szerint

$$\mathbf{k}_1\mathbf{p}=|\mathbf{k}_1|^2=E_1^2/c^2,$$

E_1-re egy másodfokú egyenlet adódik: $E_1^2-(m_0c^2+E)E_1+m_0c^2(m_0c^2+E)$. Valós megoldást csak akkor kaphatunk E_1-re, ha a diszkrimináns nemnegatív, ez pedig $E\ge 3m_0c^2$ esetén teljesül. Az egyenlőtlenség (1) segítségével a pozitron sebességével is kifejezhető: $E=\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\ge 3m_0c^2$, azaz $v\ge\dfrac{2\sqrt{2}}{3}c$.

Ravasz Mária-Magdolna (Sepsiszentgyörgy, Mikes K. Líceum 11. o.t.) és *Csikvári András* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn. 12. o.t.) dolgozata alapján