

A Bohr-féle kvantumfeltétel szerint az  $r$  sugarú körpályán keringő  $v$  sebességű részecske perdülete  $\hbar = h/(2\pi)$  egész számú többszöröse, vagyis

$$mvr = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Másrészt az  $m$  tömegű részecske mozgásegyenlete a klasszikus fizikában

$$\frac{mv^2}{r} = kr.$$

Ezekből az egyenletekből kifejezhetjük a pályasugarakat:

$$r_n = \sqrt{\frac{n\hbar}{\sqrt{km}}} = \sqrt{n} \cdot r_1.$$

A részecske energiája az  $\frac{1}{2}mv^2$  mozgási energia és az  $\frac{1}{2}kr^2$  helyzeti energia összegeként áll elő. (A helyzeti energiát a megnyújtott rugó rugalmas energiájának mintájára írtuk fel, de kiszámíthatjuk az origóból  $r$  távolságra kimozdított testre ható átlagos  $kr/2$  erő és az elmozdulás szorzataként is.) Az  $n$ -edik pályához tartozó energia tehát

$$E_n = \frac{1}{2}mv_n^2 + \frac{1}{2}kr_n^2.$$

A mozgásegyenlet és  $r_n$  fenti értékének felhasználásával az energia így írható:

$$E_n = n\hbar\sqrt{\frac{k}{m}} = n \cdot E_1.$$

*Hegedűs Ákos* (Pécs, Ciszterci Nagy Lajos Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján

*Megjegyzések.* 1. A helyzeti energiát a vonzócentrumban választottuk nullának, így minden más helyen pozitív értékű lesz. Sokan – hibásan – a helyzeti energiát az erőtvényben szereplő negatív előjel miatt  $-kr^2/2$ -nek adták meg, mások (az erő és az elmozdulás szorzatára hivatkozva) a  $-kr^2$ , vagy esetleg a  $+kr^2$  (ugyancsak hibás) alakot használták. Akik (a hibás képlettel számolva) a részecske energiájára negatív számokat kaptak, ezt az eredményt azzal hozták összefüggésbe, hogy a részecske „kötött állapotban” van. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy az összenergia negatív volta csak akkor jelent kötött állapotot, ha a helyzeti energiát a végtelenben választjuk nullának. Így járunk el pl. a Coulomb-potenciálnál, vagy a gravitációs helyzeti energia számításánál.)

A kitéréssel arányos „rugóerőnél” a potenciális energia a nulla kitéréshez viszonyítva mindig pozitív, de a „végtelen nagy” távolságnak megfelelő helyzethez viszonyítva negatív, emiatt csak kötött állapotokat hozhat létre.

2. A Bohr-féle kvantumfeltétel a feladatban szereplő erőtvény esetén (és még néhány esetben) véletlenül ugyanazt az eredményt adja, mint az (anyaghullámokra vonatkozó egyenletekkel megfogalmazott) „igazi kvantumelmélet”. Általában azonban a két leírásmód eltér egymástól, és a tapasztalat a hullámmechanikának ad igazat.

3. A feladatban szereplő erőtvénnyel jól leírható a molekulák rezgése. Az ún. vibrációs szinkép két lehetséges energiaszint közötti átmenetkor figyelhető meg. A kibocsátott, vagy elnyelt foton frekvenciája két szomszédos állapot közti átmenetkor

$$f = \frac{|E_n - E_{n\pm 1}|}{h} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}},$$

ami megegyezik a megadott erőtvény szerint mozgó részecske klasszikus keringési, illetve rezgési frekvenciájával.