a) A kapcsolás szimmetriája miatt az R nagyságú ellenállásokon és a $3R$ nagyságú ellenállásokon folyó áramok páronként megegyeznek. Az *1. ábrán* látható jelölésekkel a Kirchhoff-féle huroktörvény és csomóponti törvény:

$$I_2 \cdot 3R - I_r \cdot r - I_1 \cdot R = 0,$$

$$I_1 = I_r + I_2 \qquad \text{illetve} \qquad I = I_1 + I_2.$$

Ezekből

$$I_1 = I_2\,\frac{3R+4r}{4R+2r},$$

továbbá az eredő ellenállás:

$$R_\mathrm{e} = \frac{U_0}{I} = \frac{I_2 \cdot 3R + I_1 \cdot R}{I_1 + I_2} = R\left(2 - \frac{R}{2R+r}\right).$$

A zárójelben álló kifejezés r monoton növekvő függvénye az $r \ge 0$ tartományban, az eredő ellenállás legkisebb értéke tehát $r=0$-nál (rövidzárnál): $R_\mathrm{e}^{\min} = \dfrac{3}{2}R$; a legnagyobb pedig $r=\infty$ esetén (szakadásnál): $R_\mathrm{e}^{\max} = 2R$.

b) A fenti egyenletekből kiszámítható, hogy a változtatható ellenálláson folyó áram:

$$I_r = \frac{U_0}{3R+2r},$$

a rá eső teljesítmény pedig

$$P_r = U_0^2\,\frac{r}{(3R+2r)^2}.$$

Ha r nagyon kicsi, vagy ha nagyon nagy (R-hez viszonyítva), akkor P_r kicsivé válik, R-rel összemérhető esetekben pedig valahol maximummal rendelkezik *(2. ábra)*. A maximum helye és értéke a grafikon elemzésével, differenciálszámítással, vagy ügyes algebrai átalakítással határozható meg; ez utóbbit mutatjuk be.

Képezzük a P_r mennyiség reciprokát, és határozzuk meg ennek legkisebb értékét!

$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{U_0^2} \cdot \frac{(3R+2r)^2}{r} = \frac{1}{U_0^2} \cdot \left(4r + \frac{9R^2}{r} + 12R\right).$$

Az r ellenállás értékének változásakor csak a zárójelben álló kifejezés első két tagja változik, elegendő tehát ezek összegének minimumát meghatároznunk. Alkalmazva a számtani és mértani közepekre vonatkozó egyenlőtlenséget:

$$4r + \frac{9R^2}{r} \le 2\sqrt{4r \cdot \frac{9R^2}{r}} = 12R,$$

ahonnan

$$P_r^{\max} = \frac{U_0^2}{24R,}$$

és a hozzá tartozó r érték: $r_0 = 3R/2$.

Több dolgozat alapján