I. megoldás. A ferde hajítás képleteiből kiszámíthatjuk, hogy a labda sebessége közvetlenül az elrúgás után (a légellenállást elhanyagolva) $v_0 = \sqrt{gs/\sin 60^\circ} \approx 24$ m/s ($s = 50$ m a földetérés távolsága).

A kapáslövésnél a játékos a felé érkező labdát még annak földetérése előtt rúgja el. A feladat szövege nem adta meg a játékoshoz érkező labda sebességét, de elfogadható feltevés az, hogy ez a sebesség sokkal kisebb, mint v_0. Tekintsük az egyszerűség kedvéért a labda kezdeti sebességét nullának. (Becslésünk nagyságrendileg helyes marad akkor is, ha ettől eltérő, de legfeljebb v_0 nagyságú sebességgel rendelkezett a labda már a rúgás előtt is.)

A rúgás tulajdonképpen a játékos lábának és labdanak az ütközése. Tekintsük ezt az ütközést rugalmasnak, valamint tegyük fel, hogy a játékos lába sokkal nagyobb tömegű, mint a labda. A lábhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben a labda $v_0/2$ sebességgel érkezik egy álló „falnak”, legnagyobb összenyomódásakor éppen megáll, majd az eredeti méretére kitágulva $-v_0/2$ sebességgel pattan vissza.

Tételezzük fel, hogy a labda térfogatváltozása sokkal kisebb, mint az eredeti térfogata. (Ez nem túl jó feltevés, hiszen fénykép- és videofelvételeken megfigyelhető, hogy a labda az erős rúgásnál, fejelésnél az eredeti térfogatának mintegy harmadával is összenyomódhat. Emiatt a számított értékeket nem szabad pontos eredménynek tekinteni, hanem csak *nagyságrendi becslésnek*.) Ebben a közelítésben a labdaban levő levegő p nyomása és a $p_t = p - p_0 = 5 \cdot 10^4$ Pa túlnyomás is változatlan marad. A gázon végzett munka ΔV összenyomódás esetén $p\Delta V$, így az energiamegmaradás tétele szerint

$$-\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + p\,\Delta V - p_0\,\Delta V = 0.$$

(Az utolsó a p_0 nyomású légkör ΔV térfogattal történő kitágulásához tartozó belső energia csönést veszi figyelembe. A folyamat gyors, emiatt hőcserével nem kell számolnunk.) Innen a keresett térfogatváltozásra

$$\Delta V = \frac{mv_0^2}{8p_t} \approx 6 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^3,$$

vagyis kb. 0,6 liter adódik.

Terpai Tamás (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.)

II. megoldás. Modellezzük a rúgást (az I. megoldásban leírtakhoz hasonlóan) egy sík fallal való ütközéssel. Amikor a labda benyomódása x, a fallal r sugarú körlapon érintkezik. Ha a labda sugara R, akkor az *ábrán* látható derékszögű háromszögből $R^2 = (R-x)^2 + r^2$, azaz $r^2 = (2R-x)x \approx 2Rx$. (Feltesszük, hogy $x \ll R$.) A labdában levő levegő p_t túlnyomását állandónak tekintve a labdára

$$F(x) = p_t\,r^2\pi \approx 2R\pi p_t \cdot x = D\,x$$

erő hat. Ez az erő a labda benyomódásával arányos, tehát éppen akkora, mint amekkorát egy $D = 2R\pi p_t$ rugóállandójú rugó fejtene ki x összenyomódás hatására.

A „rugó” maximális $x_{\max}$ összenyomódásakor a rugó rugalmas energiája éppen megegyezik a kezdetben $v_0/2$ sebességű labda mozgási energiájával, vagyis

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}Dx_{\max}^2,$$

ahonnan

$$x_{\max} = \frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{m}{D}} = \frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{m}{2R\pi p_t}}.$$

A legnagyobb összenyomódás pillanatában a térfogatváltozás egy gömbsüveg térfogata:

$$\Delta V = \frac{\pi}{3}\,x_{\max}^2\,(3R - x_{\max}) \approx x_{\max}^2\,R\pi \approx \frac{mv_0^2}{8p_t},$$

összhangban az I. megoldás eredményével.

Palásti Gábor (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Ha a lövés során egy viszonylag nagy sebességgel érkező labda majdnem álló lábbal ütközik, a térfogatváltozás a fentebb számított érték négyszerese lesz. Általában ha az érkező labda sebességének nagysága v, iránya pedig ellentétes az ütközés utáni sebességgel, akkor a térfogatváltozás $\Delta V = m(v+v_0)^2/(8p_t)$.