

Tekintsük a galaxist és a sötét burkot (halot) együtt a sűrűség szempontjából gömbszimmetrikusnak! Jelöljük a középponttól r távolságban az átlagos tömegsűrűséget ϱ -val, az r sugarú gömbben levő teljes anyagmennyiség tömegét pedig $m(r)$ -rel.

A látható anyag megfigyelt v kerületi sebessége szerint a gyorsulás középponttól r távolságban v^2/r . Ezt a gyorsulást az r sugarú gömbben található $m(r)$ tömeg hozza létre, méghozzá éppen úgy, mintha pontszerű lenne; az r -nél távolabbi (gömbszimmetrikus) anyageloszlás gravitációs hatása belül (az egyenletesen töltött fémgömbhöz elektromos teréhez hasonlóan) nulla. Fennáll tehát, hogy

$$\gamma \frac{m(r)}{r^2} = \frac{v^2}{r}, \quad \text{ahonnan} \quad m(r) = \frac{v^2}{\gamma} r.$$

Tekintsünk egy r sugarú, kicsiny Δr vastagságú gömbhéjat. Ennek tömege a fentiek szerint

$$\Delta m = \frac{v^2}{\gamma} (r + \Delta r) - \frac{v^2}{\gamma} r = \frac{v^2}{\gamma} \Delta r,$$

másrészt a sűrűséggel kifejezve:

$$\Delta m = 4\pi r^2 \Delta r \cdot \varrho(r).$$

A kétféle alakot összehasonlítva leolvasható, hogy a keresett sűrűségeloszlás

$$\varrho(r) = \frac{v^2}{4\pi\gamma} \cdot \frac{1}{r^2} \quad \left(\frac{2}{5}R < r < R \right).$$

A galaxis teljes tömege eszerint legalább akkora, mint

$$m(4R) = \frac{4Rv^2}{\gamma} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot (220 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 2,2 \cdot 10^{42} \text{ kg},$$

ami kb. 10^{12} naptömegnek felel meg.

Kacsuk Zsófia (Budaörs, Illyés Gy. Gimn., IV. o.t.) és *Kormos Márton* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A galaxis látható, korong alakú, spirálkaros részének anyageloszlása nyilvánvalóan nem gömbszimmetrikus, de a középponttól távol (pl. a $r > 2R$ tartományban) még ennek gravitációs tere is jól közelíthető a pontszerű test gravitációs mezőjével.

2. Ha a fenti számítás eredményét összevetjük a galaxisban látható csillagok becsült számának és az egyéb módszerekkel megállapítható átlagos csillagtömegnek a szorzatával (ez kb. $3 \cdot 10^{11}$ naptömeget tesz ki), akkor megállapíthatjuk, hogy a galaxis anyagának számottevő része „hiányzik”, feltételezhetően a sötét burokban található.

3. A modell-számításban használt gömbszimmetrikus tömegeloszlás nem lehet időben állandó, stabil anyagelrendezés, hiszen a halo anyagának is gyorsulnia kell a galaxis középpontja felé.