Rögzítsük a koordináta-rendszerünk kezdőpontját a két gyöngyszem tömegközéppontjához, az x tengelyt pedig válasszuk a vízszintes szálakkal párhuzamosnak! Ez az inerciarendszer a „laboratóriumi rendszerhez” képest $u_0 = \frac{m}{m+M}v_0$ sebességgel halad, a gyöngyszemek kezdeti sebessége tehát innen nézve

$$u_m = v_0 - u_0 = \frac{M}{m+M}v_0,$$

$$u_M = -u_0 = -\frac{m}{m+M}v_0.$$

A tömegközéppont az „ütközés” során mindvégig mozdulatlan marad. Nem változik a rendszer teljes (mozgási + elektrosztatikus) energiája sem, minden pillanatban a kezdeti

$$E_0 = \frac{1}{2}mu_m^2 + \frac{1}{2}Mu_M^2$$

értékkel egyezik meg. (A gyöngyszemek kezdetben „elég messze” vannak egymástól, ezért az elektrosztatikus kölcsönhatási energiájuk elhanyagolhatóan kicsi.)

A gyöngyszemek ütközése a kezdeti sebességük (és az ebből kiszámítható összenergiájuk) nagyságától függően háromféleképpen játszódhat le.

1. eset: Ha az egymást taszító gyöngyök elegendő energiával rendelkeznek ahhoz, hogy d távolságra megközelítsék egymást, s még ekkor is mozognak, akkor ismét eltávolodva egymástól elegendően hosszú idő múlva ugyanakkora sebességgel fognak mozogni, mint kezdetben. Ez a mozgás a laboratóriumi rendszerből nézve annak felel meg, hogy a m tömegű gyöngy v_0 sebességgel mozog, a M tömegű pedig megáll. Ez az eset különböző töltésű, tehát egymást vonzó gyöngyszemeknél mindig bekövetkezik, azonos előjelű töltéseknél azonban csak akkor, ha

$$\frac{1}{2}mu_m^2 + \frac{1}{2}Mu_M^2 > k\frac{qQ}{d},$$

vagyis ha

$$v_0 > \sqrt{\frac{2(m+M)kqQ}{mMd}}.$$

2. eset: Ha (azonos előjelű töltéseknél) a fenti egyenlőtlenség nem teljesül, hanem

$$v_0 < \sqrt{\frac{2(m+M)kqQ}{mMd}},$$

akkor a gyöngyszemek még azelőtt megállnak, hogy egymást d távolságra megközelítették volna, majd visszafordulva a sebességük (elegendően hosszú idő múlva) a kezdeti érték -1-szeresére, $-u_m$-re, illetve $-u_M$-re változik. Ezek a sebességek a laborrendszerben

$$v'_m = \frac{m-M}{m+M}v_0, \qquad \text{illetve} \qquad v'_M = \frac{2m}{m+M}v_0$$

értékeknek felelnek meg. Ezek a végsebességek a rugalmas ütközés ismert képleteiből, a mechanikai energia és az impulzus megmaradásának törvényéből is megkaphatók. (Természetesen az 1. esetben megadott végsebességek is összhangban állnak az energia- és az impulzusmegmaradás törvényével. A rugalmas ütközések szokásos tárgyalásánál mégsem vesszük figyelembe ezt a „megoldást”, hiszen az csupán annak felel meg, hogy a két test sebességváltozás nélkül elhalad egymás mellett.)

3. eset: A fenti két lehetőséget elválasztó határesetben, vagyis amikor

$$v_0 = \sqrt{\frac{2(m+M)kqQ}{mMd}}, \tag{3}$$

a két gyöngyszem éppen d távolságra képes megközelíteni egymást, ott (a tömegközépponti rendszerből nézve) megállnak. A laboratóriumi rendszerhez viszonyítva egyforma, $v'_m = v'_M = u_0$ sebességgel mozognak. Ez az eset a rugalmatlan ütközésnek felel meg: a testek mechanikai energiája lecsökken, csak a lendületük összege marad változatlan. Ez a lehetőség bizonyos értelemben „instabil”: a kezdeti sebesség végtelen finom beállítását igényelné. Mivel ez ténylegesen nem valósítható meg, a rendszer menthetetlenül „bebillen” az első, vagy a második eset valamelyikébe.

Kacsuk Zsófia (Budaörs, Illyés Gy. Gimn., IV. o.t.) és*Mező Tamás* (Szeged, Radnóti M. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján