Vizsgáljuk meg, hogy egy tetszőleges X pont körül forgatva AB-t, mekkora a keletkező körgyűrű területe. Ha X-nek AB felező merőlegesére vonatkozó tükörképe X', akkor a szimmetria miatt az X-hez és az X'-höz tartozó körgyűrűk területe egyenlő. Ezért elegendő azokat a pontokat vizsgálnunk, amelyekre $XA \le XB$.

Legyen X-nek az AB egyenesen lévő merőleges vetülete T, jelöljük a TB távolságot x-szel. Ha T az AB szakaszon van, akkor $x \le 1$, és az X-hez tartozó körgyűrű területe $t(x) = XB^2 \cdot \pi - XT^2 \cdot \pi = TB^2 \cdot \pi = x^2\pi$ (*1. ábra*).

Ha T az AB szakaszon kívül van, akkor $x > 1$ és az X-hez tartozó körgyűrű területe (*2. ábra*):

$$t(x) = XB^2 \cdot \pi - XA^2 \cdot \pi = (XT^2 + TB^2) \cdot \pi - (XT^2 + TA^2)\pi == (TB^2 - TA^2)\pi = \left(x^2 - (x-1)^2\right)\pi = (2x-1)\pi.$$

Látható, hogy a körgyűrű területe nem X-től, hanem csak annak az AB egyenesen lévő merőleges vetületétől függ. A körgyűrű területét leíró

$$t = x^2, ha$$

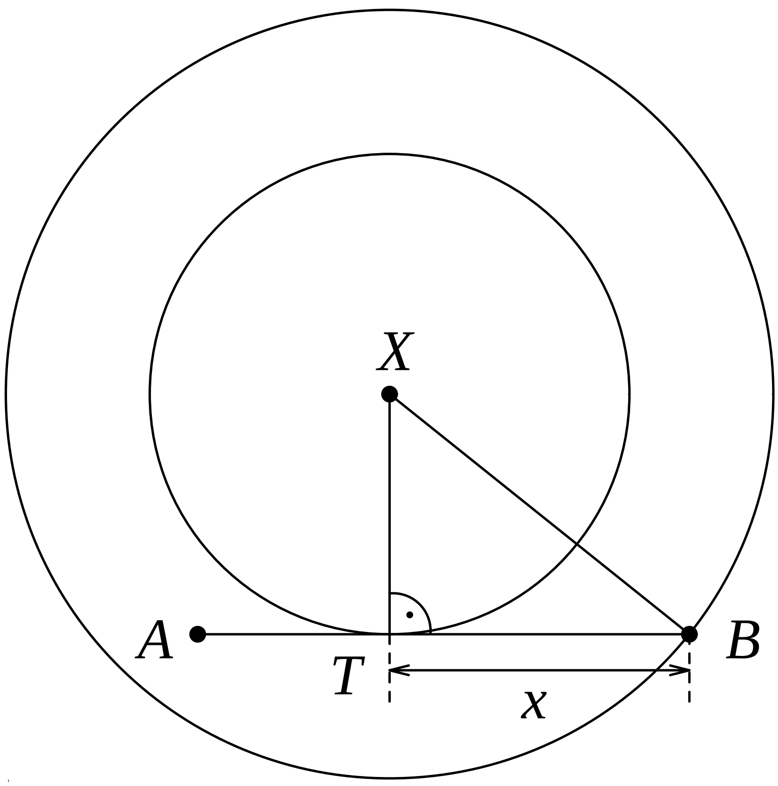
1 $\frac{}{2 \le x \le 1}$, 2x-1,ha $1 < x$

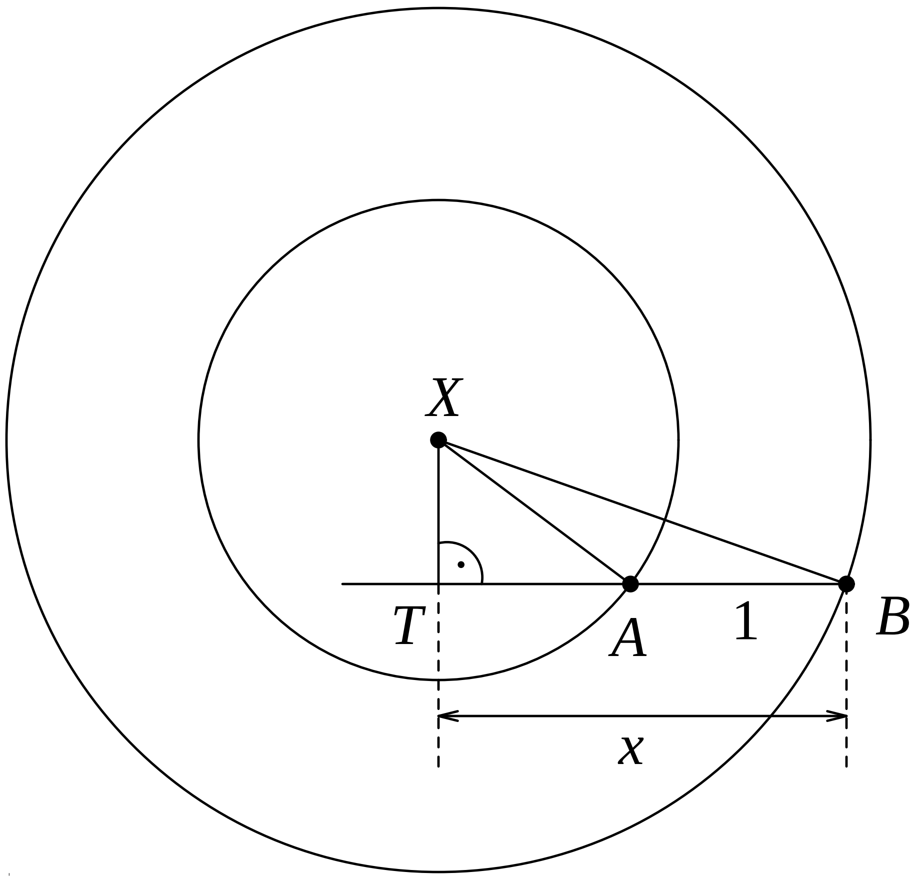
$$fggvnyszigoranmonotonn, ezrtktponthozakkorscsakakkortartozikugyanakkoraterletkrgyr, haugyanazaz$$

x$rtktartozikhozzjuk.$

Ezért a keresett pontok mértani helye – a bevezetőben említett szimmetriát is felhasználva – a P-ből az AB egyenesre bocsátott merőleges és ennek az AB felező merőlegesére vonatkozó tükörképe. Ha a körlapot elfajuló körgyűrűnek tekintjük, akkor a mértani helyet alkotó két egyenes és AB metszéspontjai is a halmazhoz tartoznak. Ha a körlapot nem tekintjük körgyűrűnek, akkor ezt a két pontot el kell hagynunk a halmazból.

Frenkel Péter (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján




X
T
A
1
B
x