

Legyen  $e$  egy olyan egyenes a síkban, amelynek mindkét (nyitott) félsíkjában 3-3 fényforrás van. Ilyen egyenes mindig létezik, hiszen csak véges sok (legfeljebb  $\binom{6}{2}$  számú) egyenes halad át 6 különböző pont közül legalább kettőn. Az  $e$  egyenes egyik félsíkjában levő pontok legyenek  $A, B, C$ . Megmutatjuk, hogy az  $A, B, C$  pontokban lévő fényforrások elforgathatók úgy, hogy megvilágítsák a másik félsíkot. Húzzunk az  $A, B, C$  pontok mindegyikén át  $e$ -vel  $60^\circ$  és  $120^\circ$  szöget bezáró egyeneseket, a metszéspontok legyenek  $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ . Tekintsük az  $e$  egyenest számegyenesnek. (Ezért jelöltünk meg rajta egy zérus koordinátájú  $O$  pontot.) Válasszuk ki  $A_1, B_1, C_1$  közül a legnagyobb koordinátájút, ha több is van ilyen, akkor valamelyiket. Ábránkon ez a  $C_1$  pont. Válasszuk ki ezután  $A_2$  és  $B_2$  közül a kisebb koordinátájút, a koordináták egyezése esetén valamelyiket, ábránkon ez az  $A_2$  pont. Ezután az  $A$ -ban lévő fényforrást úgy állítjuk be, hogy az általa megvilágított szögtartományt az  $AA_2$  félegyenes és az  $A$ -ból kiinduló,  $e$ -vel párhuzamos –  $AA_2$ -vel  $60^\circ$ -os szöget bezáró – félegyenes határolja. A  $C$ -ben lévő fényforrást pedig úgy állítjuk be, hogy a bevilágított szögtartományt  $CC_1$  és a  $C$ -ből  $e$ -vel párhuzamosan húzott félegyenes határolja. Így az  $A$ -ban és  $C$ -ben elhelyezett fényforrások a „felső” (zárt) félsíknak pontosan azokat a pontjait *nem* világítják meg, amelyek a  $CC_1$  és  $AA_1$  egyenesek  $P$  metszéspontjában mint csúcsban „felfelé” álló  $60^\circ$ -os szögtartományba esnek. Mivel  $B_1$  a  $C_1$ -től balra,  $B_2$  pedig  $A_2$ -től jobbra fekszik, a  $B_1BB_2$  szögtartomány tartalmazza az előbbi,  $P$  csúcsú szögtartományt. A  $B$ -ben lévő fényforrás világítsa meg a  $BB_1$  és  $BB_2$  félegyenesek határolta szögtartományt. Ezzel a konstrukcióval az  $A, B, C$ -ben lévő fényforrások megvilágítják az  $e$  egyenes létrehozta zárt félsíkok közül azt, amelyik nem tartalmazza őket. Hasonlóan beállítható a másik három fényforrás úgy, hogy megvilágítsák az  $A, B, C$  pontokat tartalmazó félsíkot. A feladat kérdésére tehát igenlő választ adhatunk.

Tóth Gábor Zsolt (Budapest, Árpád Gimn., III. o.t.)

