Az állítást teljes indukcióval bizonyítjuk. Az $n=0$ és $n=1$ esetekben nyilvánvaló, hogy csak a

$$2^0=1=1^2+0^2 \qquad \text{és} \qquad 2^1=2=1^2+1^2$$

felírások lehetségesek.

Tegyük föl, hogy az állítás igaz $0, 1, \ldots, n$ esetén ($n \geq 1$) és vizsgáljuk $n+1$-re. Tekintsük 2^{n+1} egy feltételezett felírását:

$$2^{n+1}=a^2+b^2. \tag{1}$$

Egy négyzetszám 4-gyel osztva 0 vagy 1 maradékot adhat: $x=2k$ esetén $x^2=4k^2$, $x=2k+1$ esetén pedig $x^2=(2k+1)^2=4k^2+4k+1=4(k^2+k)+1$. Mivel $n \geq 1$, azért $4 \mid 2^{n+1}$, tehát $4 \mid a^2+b^2$. Ez viszont csak úgy lehetséges, ha a és b mindegyike páros, azaz alkalmas a, b egész számokkal $a=2a_1$, $b=2b_1$. Ezt (1)-be írva $2^{n+1}=4a_1^2+4b_1^2=4(a_1^2+b_1^2)$, vagyis $2^{n-1}=a_1^2+b_1^2$. Az indukciós feltevés szerint (valóban használhatjuk, hiszen $n-1 \geq 0$) ez pontosan egyféle a_1 és b_1 esetén teljesül, és így $(2a_1;2b_1)$ lesz az egyetlen pár, amire (1) teljesül. Ezzel az indukciós lépést és egyben a feladat állítását is beláttuk. A kérdéses előállításokat egyébként konkrétan meg is tudjuk adni:

$$2^{2k}=(2^k)^2+0^2; \qquad 2^{2k+1}=(2^k)^2+(2^k)^2.$$

Frenkel Péter (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján