Függesszük fel először a háromszöget az A csúcsában rögzített fonálra. A h_a szakasz definíciójából következik, hogy $h_a \geq s_a$, ahol s_a az a oldalhoz tartozó súlyvonal. Az *1. ábrán* a B és C csúcsoknak a fonáltól való távolsága BE, illetve CD. Használjuk az ábra további jelöléseit is, és tegyük fel, hogy $a < b < c$. Mivel az $AF = s_a$ súlyvonal felezi a háromszög területét, $BE = CD$, amit az ábrán x-szel jelöltünk. Feltettük, hogy $b < c$, ezért $x^2 + AD^2 = b^2 < c^2 = x^2 + AE^2$, tehát $AD < AE$. Ez azt jelenti, hogy ha az A-ból induló oldalak közül c a nagyobb, akkor

$$x^2 + h_a^2 = c^2. \tag{1}$$

Ha a háromszöget B-ben, majd C-ben függesztjük fel, és az x-nek megfelelő szerepű szakaszok y, illetve z, akkor hasonlóan kapjuk, hogy

$$y^2 + h_b^2 = c^2 \qquad \text{és} \qquad z^2 + h_c^2 = b^2. \tag{2}$$

Ismeretes, hogy a háromszög bármelyik súlyvonala hogyan fejezhető ki az oldalakkal, pl.

$$s_a^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$$

(lásd Geometriai feladatok gyűjteménye, II. 292. feladat). A súlyvonalakról szóló formulákból azonnal következik, hogy ha $a < b < c$, akkor $s_a > s_b > s_c$. Mivel a súlyvonalak felezik a háromszög területét, $t = s_a \cdot x = s_b \cdot y = s_c \cdot z$, és így

$$x < y < z. \tag{3}$$

Az (1) és (2) összefüggésből $h_a^2 = c^2 - x^2$, $h_b^2 = c^2 - y^2$, $h_c^2 = b^2 - z^2$, és ezekből (3) alapján $h_a > h_b > h_c$.

Rozmán András (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., III. o.t.)

Megjegyzés. A (2)-ben szereplő formulák származtatásakor előfordulhat, hogy a háromszöget a C csúcsában rögzített fonálra függesztve B magasabban lesz, mint C (*2. ábra*), de ez nem módosítja a megoldást.