Megmutatjuk, hogy a közös pont az $R(0;1)$. A parabola tengelye párhuzamos az y tengellyel, ezért a parabola azt csak egy pontban metszheti.

Ennek első koordinátája 0, így ha Q-val jelöljük, ez a pont $Q(0;q)$.

Legyenek az x tengellyel közös pontok $P_1(x_1;0)$ és $P_2(x_2;0)$. A feltételekből következik, hogy $x_1 \neq 0$, $x_2 \neq 0$, $q \neq 0$ és $x_1 \neq x_2$. A gyökök és együtthatók közötti összefüggés szerint $x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot q$, azaz

$$OP_1 \cdot OP_2 = OR \cdot OQ, \tag{1}$$

ahol O a koordinátarendszer kezdőpontja.

(1)-ből következik, hogy

$$\frac{OP_1}{OQ} = \frac{OR}{OP_2},$$

ami azt jelenti, hogy $OP_2R\triangle \sim OQP_1\triangle$, és ezért $OP_2R\sphericalangle = OQP_1\sphericalangle$. Emiatt az RP_1 szakasz a P_2 és a Q pontból ugyanakkora szögben látszik, tehát P_1, P_2, Q, R egy körön vannak. Ábránk a $q > 0$ esethez készült, de a bizonyítás ugyanígy működik, ha $q < 0$, amikor O a parabola belső pontja.

Braun Gábor (Budapest, Szent István Gimn., II. o.t.)