A logaritmus definíciója szerint $\lg x$ akkor van értelmezve, ha $x > 0$.

A gyökjel alatt álló kifejezés $\lg^2 x + 2\lg x + 1 = (\lg x + 1)^2$ alakban írható, amely mindig nemnegatív, így a négyzetgyökvonásnak mindig van értelme. A megoldást tehát a pozitív számok halmazán keressük.

Definíció szerint $\sqrt{a^2} = |a|$. Ezt felhasználva (1) így írható:

$$|\lg x + 1| = -(\lg x + 1).$$

Mivel $|a| = +a$, ha $a \geq 0$, és $-a$, ha $a < 0$, két esetet kell megkülönböztetni.

1. Ha $\lg x + 1 \geq 0$, akkor az egyenlet

$$\lg x + 1 = -\lg x - 1,$$

innen

$$\lg x = -1, \qquad x = \frac{1}{10}.$$

Helyettesítéssel meggyőződhetünk arról, hogy ez valóban gyök.

2. Ha $\lg x + 1 < 0$, akkor egyenletünk

$$-(\lg x + 1) = -(\lg x + 1).$$

Azonossághoz jutottunk – feltéve, hogy a kiindulási egyenlőtlenségünk ($\lg x + 1 < 0$) teljesül. Azaz $\lg x < -1$, amiből $0 < x < \dfrac{1}{10}$ adódik.

A megoldás tehát: $0 < x \leq \dfrac{1}{10}$.

Mánya Virág (Siófok, Perczel M. Gimn., III. o.t.)