Ha $k=1$, akkor $f(n)=3n$, és így f értékkészletét a 3-mal osztható természetes számok alkotják.

Legyen most $k\geq 2$ rögzített, és írjuk az n-et x^k+y alakba, ahol x és y olyan természetes számok, amelyekre $y<(x+1)^k-x^k$. Ez a felírás egyértelmű, és rögzített x mellett n az x^k, x^k+1, $\dots$, $(x+1)^k-1$ számokat futja be.

Így $x\leq\sqrt[k]{x^k+y}<x+1$, tehát

a) ha $y\leq(x+1)^k-x^k-x-1$, akkor

$$x\leq\sqrt[k]{x^k+y+\sqrt[k]{x^k+y}}<\sqrt[k]{x^k+((x+1)^k-x^k-x-1)+(x+1)}=x+1,$$

vagyis ilyenkor $f(n)=n+x=x^k+y+x$.

b) ha $y\geq(x+1)^k-x^k-x$, akkor

$$\begin{aligned}x+1=\sqrt[k]{x^k+((x+1)^k-x^k-x)+x}\leq\sqrt[k]{x^k+y+\sqrt[k]{x^k+y}}<\\<\sqrt[k]{(x+1)^k+(x+1)}<x+2,\end{aligned}$$

vagyis ilyenkor $f(n)=n+x+1=x^k+y+x+1$.

Mindent egybevetve f értékkészlete

$$\begin{aligned}R_f=\bigcup_{x\in\mathbf{N}}\Bigg(\Big\{x^k+y+x\mid y\in\mathbf{N},\quad y\leq(x+1)^k-x^k-x-1\Big\}\cup\\ \cup\big\{x^k+y+x+1\mid y\in\mathbf{N},\quad (x+1)^k-x^k>y\geq(x+1)^k-x^k-x\big\}\Bigg)=\\ =\bigcup_{x\in\mathbf{N}}\Big(\big\{t\in\mathbf{N}\mid x^k+x\leq t\leq(x+1)^k-1\big\}\cup\\ \cup\big\{t\in\mathbf{N}\mid (x+1)^k+1\leq t\leq(x+1)^k+x\big\}\Big)=\mathbf{N}\setminus\{(x+1)^n\mid x\in\mathbf{N}\}.\end{aligned}$$

Tehát f éppen azokat a természetes számokat veszi fel, amelyek nem pozitív k-adik hatványok.

Kiss Márton (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján