

Teljes indukcióval be fogjuk látni, hogy ha egy  $n \times n$ -es táblázatban legfeljebb  $n - 1$  megjelölt mező van, akkor a sorok és oszlopok cserélgetésével elérhető a kívánt állapot.

Ha  $n = 1$ , akkor az állítás triviális, mert nincs megjelölt mező.

Tegyük fel, hogy  $n = (k - 1)$ -re igaz az állítás. Megmutatjuk, hogy  $n = k$ -ra is igaz.

Vegyünk egy olyan oszlopot, amelyben van legalább egy megjelölt mező. Ezt cseréljük ki a bal szélső oszloppal. Vegyünk egy olyan sort, amely üres (ilyen biztosan létezik, mert legfeljebb  $n - 1$  megjelölt mező van és ennél több,  $n$  sor), és cseréljük ki a legfelső sorral. Ezzel elérjük, hogy a legfelső sorban ne legyen megjelölt mező, a bal szélső oszlopban pedig legalább egy legyen.

Tekintsük most azt az  $(n - 1) \times (n - 1)$ -es négyzetet, amelyet az első sor és az első oszlop elhagyásával kapunk. Ebben a négyzetben legfeljebb  $n - 2$  megjelölt mező van, ezért az indukciós feltevés szerint sor- és oszlopcserékkel a megjelölt elemeket a főátlója, egyben az eredeti főátló alá rendezhetjük. A cserék során az első oszlopot és sort már nem cseréljük fel más oszloppal, illetve sorral, ezért bár az első oszlopban levő megjelölt mező(k) helye megváltozhat az oszlopon belül, nem kerülhetnek a legfelső helyre, tehát ezek is a főátló alatt maradnak. A cserék során tehát minden megjelölt mező a főátló alá kerül.

*Pap Gyula (Debrecen, Fazekas M. Gimn., II. o.t.)*

