Jelöljük a_i-vel az összekötési lehetőségek számát abban az esetben, amikor a félsík határoló egyenesén i pont van megadva. Feladatunk ekkor a_{10} meghatározása. Az egyenesen valamelyik irányban haladva számozzuk meg a pontokat 1-től 10-ig. Két összekötött pont között nem lehet páratlan sok pont, mert akkor azokat nem tudnánk a feltételeknek megfelelően párokba állítani. Ezért a_{10}-et úgy írhatjuk fel, hogy megkülönböztetjük azokat az eseteket, amikor az első pont a másodikkal, a negyedikkel, a hatodikkal, a nyolcadikkal vagy a tizedikkel van összekötve.

Ha az első a másodikkal van összekötve, akkor a többi nyolc pontot a_8 féleképpen állíthatjuk párba. Ha az első a negyedikkel van összekötve, akkor az 1. és a 4. pont között lévő pontok összekötési lehetőségeinek számát – két összekötött pont között lévő pontok csak egymással köthetők össze – kell szoroznunk a maradék hat pont összekötési lehetőségeinek számával: $a_2 \cdot a_6$. Hasonló okoskodással a másik három esetben a lehetőségek száma $a_4 \cdot a_4$, $a_6 \cdot a_2$ és a_8. Tehát:

$$a_{10} = a_8 + a_2 \cdot a_6 + a_4 \cdot a_4 + a_6 \cdot a_2 + a_8.$$

Ugyanígy kapjuk, hogy

$$a_8 = a_6 + a_2 \cdot a_4 + a_4 \cdot a_2 + a_6, a_6 = a_4 + a_2 \cdot a_2 + a_4, a_4 = a_2 + a_2.$$

Nyilvánvaló, hogy két pontot egyféleképpen lehet párba állítani, ezért $a_2 = 1$. Ezt behelyettesítve $a_4 = 2$, $a_6 = 5$, $a_8 = 14$ és végül $a_{10} = 42$.

Tehát a párba állítási lehetőségek száma: 42.

Megjegyzés. Általában igaz, hogy $a_{2n} = a_{2n-2} + a_{2n-4} \cdot a_2 + \dots + a_{2n-2}$. Ennek segítségével az is igazolható, hogy $a_{2n} = \dfrac{1}{n+1}\dbinom{2n}{n}$.

Katona Zsolt (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., I. o.t.)