Tudjuk, hogy egy háromszögben nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van, ezért $\alpha-\beta$ és $a-b$ ugyanolyan előjelű, tehát $(\alpha-\beta)(a-b)\geq 0$. Ugyanígy kapjuk, hogy $(\beta-\gamma)(b-c)\geq 0$ és $(\gamma-\alpha)(c-a)\geq 0$. A három egyenlőtlenséget összeadva és rendezve:

$$(2\alpha-\beta-\gamma)a+(2\beta-\alpha-\gamma)b+(2\gamma-\alpha-\beta)c\geq 0.$$

Felhasználva, hogy $\alpha+\beta+\gamma=\pi$, kapjuk, hogy

$$(3\alpha-\pi)a+(3\beta-\pi)b+(3\gamma-\pi)c\geq 0.$$

Ebből átrendezéssel és $3(a+b+c)$-vel való osztással kapjuk a bizonyítandó egyenlőtlenség egyik felét:

$$\frac{\pi}{3}\leq\frac{a\alpha+b\beta+c\gamma}{a+b+c}.$$

A másik egyenlőtlenség bizonyításához azt használjuk fel, hogy a háromszög két oldalának összege nagyobb a harmadik oldalnál. Ezért

$$\alpha(b+c-a)+\beta(a+c-b)+\gamma(a+b-c)>0.$$

Rendezve és ismét használva, hogy $\alpha+\beta+\gamma=\pi$:

$$a(\pi-2\alpha)+b(\pi-2\beta)+c(\pi-2\gamma)>0.$$

Ebből adódik a bizonyítandó egyenlőtlenség másik fele:

$$\frac{a\alpha+b\beta+c\gamma}{a+b+c}<\frac{\pi}{2}.$$

Kucsera Judit (Komárom, Szlovákia, Selye J. Gimn., III. o.t.)