

A $0 \leq x < 1$ szakaszon értelmezett

$$(1) \quad f_1(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } 0,5 \leq x < 0,6 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

függvényből kiindulva lépésről lépésre határozzuk meg az $f_n(x)$ függvénysorozat elemeit a következő eljárás szerint. Ahol $f_{n-1}(x) > 0$, ott legyen $f_n(x) = f_{n-1}(x)$; ahol pedig $f_{n-1}(x) = 0$, ott legyen $f_n(x)$ értéke q^{n-1} vagy 0 aszerint, hogy x -nek n -edik tizedesjegye 5-e vagy sem, ahol q az 1-nél kisebb pozitív szám. Határozzuk meg az

$$(2) \quad a_n = \int_0^1 f_n(x) dx \quad (n = 1, 2, \dots)$$

sorozat határértékét.