

A logaritmus definícióját felhasználva $x > 0$ és $a > 0$. Mivel $\log_a 1 = 0$, azért $x \neq 1$, továbbá $a \neq 1$ is igaz. (1)-et a logaritmus definíciója alapján a következőképpen írhatjuk: $a^x = x$. Ebből a feltételt figyelembe véve

$$(x^{\log_4 x})^x = x,$$

vagyis

$$x^{x \cdot \log_4 x} = x = x^1$$

adódik. Itt a hatvány alapja 1-től különböző pozitív szám. A hatványozás monotonitása következtében tehát a két hatvány megegyezéséből a kitevők egyenlősége következik. Eszerint $x \cdot \log_4 x = 1$. Ezt az egyenlőséget $\log_4 x^x = 1$ alakba írhatjuk, ami a logaritmus definíciója szerint azt jelenti, hogy $x^x = 4$.

Mivel 1-nél kisebb (pozitív) szám pozitív hatványa is 1-nél kisebb, azért $0 < x < 1$ esetén $x^x < 1$, tehát $x^x = 4$ lehetetlen. 1-nél nagyobb x esetében x -et növelve az x^x függvény alapja is és kitevője is növekszik, ami azt jelenti, hogy maga a függvény is növekszik. Ebből azonnal következik, hogy az $x^x = 4$ egyenlőségnek legfeljebb egy megoldása lehet. Mivel $2^2 = 4$, azért $x = 2$ megoldás.

Mivel megoldás közben nem néztük meg minden egyes lépésnél, hogy az a lépés megfordítható-e, azért most meg kell nézni, hogy $x = 2$ valóban kielégíti-e az eredeti egyenletet:

Ha $x = 2$, akkor $\log_4 2 = \frac{1}{2}$, azaz $a = 2^{1/2} = \sqrt{2}$. Azt kell ellenőrizni, hogy $\log_a x = x$, illetve a vele egyenértékű $a^x = x$ teljesül-e. Márpedig $a^x = (\sqrt{2})^2 = 2 = x$, így valóban megoldást kaptunk.