I. megoldás. Rendezzünk minden tagot a jobb oldalra, és bontsuk fel a zárójeleket:

$$0 \leq (a^2+1)(b^2+1)(c^2+1) - (ab+bc+ca-1)^2,$$
$$0 \leq (a^2b^2c^2 + a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + a^2 + b^2 + c^2 + 1) -$$
$$-(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2a^2bc + 2ab^2c + 2abc^2 - 2ab - 2bc - 2ca + 1),$$
$$0 \leq a^2b^2c^2 - 2a^2bc - 2ab^2c - 2abc^2 + a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca,$$
$$0 \leq (abc - a - b - c)^2.$$

Ez az egyenlőtlenség mindig teljesül. Mivel pedig csupa megfordítható lépést végeztünk, ekvivalens az eredetivel.

II. megoldás. Tekintsük a következő komplex számokat:[1] $z_1 = i - a$, $z_2 = i - b$, $z_3 = i - c$. Könnyen ellenőrizhető, hogy

$$\mathrm{Im}\,(z_1 z_2 z_3) = ab + bc + ca - 1$$

és

$$|z_1 z_2 z_3|^2 = |z_1|^2 |z_2|^2 |z_3|^2 = (a^2+1)(b^2+1)(c^2+1).$$

A bizonyítandó állítás tehát:

$$(\mathrm{Im}\,(z_1 z_2 z_3))^2 \leq |z_1 z_2 z_3|^2,$$

ami mindig teljesül. Sőt, a két oldal különbsége

$$|z_1 z_2 z_3|^2 - (\mathrm{Im}\,(z_1 z_2 z_3))^2 = (\mathrm{Re}\,(z_1 z_2 z_3))^2 = (abc - a - b - c)^2.$$

[1] Egy $z = x + yi$ komplex szám valós része $\mathrm{Re}\, z = x$, képzetes része $\mathrm{Im}\, z = y$ A komplex számokról olvashatnak pl. lapunk 1994/1. számának 11. oldalán Borsányi Ákos cikkében.