megoI. megoldás. Tükrözzük a trapézt az AD oldalára, B és C tükörképét jelöljük B'-vel és C'-vel (*1. ábra*). A tükrözés miatt $C'C = 2DC$, $B'B = 2AB$ és $B'C' = BC$. Mivel $AB + CD = BC$, azért $C'C + B'B = B'C' + BC$, vagyis a $B'BCC'$ négyszög szemközti oldalainak összege egyenlő; tehát a négyszög érintőnégyszög.

A négyszögbe írható kör középpontja a szögfelezők metszéspontja. A C és C' csúcshoz tartozó szögfelezők egymás tükörképei, tehát metszéspontjuk, ami a beírható kör középpontja, az AD egyenesen van. Ezen a ponton átmegy a B-ből induló szögfelező is, tehát a B-ből és C-ből induló belső szögfelezők az AD oldalon metszik egymást.

II. megoldás. Legyen E a CB oldalnak az a pontja, amelyre $CE = CD$ és $BE = BA$ (*2. ábra*). Ekkor a DCE és az ABE háromszögek egyenlő szárúak, ezért a C-ből, illetve B-ből induló belső szögfelezőik egyúttal a szemközti oldalak – DE és AE – szakaszfelező merőlegesei is. Tehát a két szögfelező metszéspontja az ADE háromszög köré írható kör középpontja. Ez a háromszög viszont derékszögű, mivel

$$\begin{gathered} AED\sphericalangle = 180^\circ - AEB\sphericalangle - DEC\sphericalangle = \\ = 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2}ABE\sphericalangle\right) - \left(90^\circ - \frac{1}{2}DCE\sphericalangle\right) = \\ = \frac{1}{2}\left(ABE\sphericalangle + DCE\sphericalangle\right) = 90^\circ. \end{gathered}$$

Ekkor viszont a köré írható kör középpontja az átfogó – AD – felezőpontja. Ezzel feladatunk állításánál többet is bizonyítottunk: a B-hez és C-hez tartozó belső szögfelezők az AD szár felezőpontjában metszik egymást. A megoldás során nem használtuk fel, hogy A-nál és D-nél derékszög van, tehát az állítás minden olyan trapézra igaz, amelyre $AB + CD = BC$.

Brezovich Károly (Szombathely, Premontrei Szt. Norbert Gimn., I. o.t.)