

Feltételezhetjük, hogy  $k$  és  $l$  nem nagyobbak  $\frac{n}{2}$ -nél, ugyanis  $k$ -t  $(n-k)$ -ra,  $l$ -et pedig  $(n-l)$ -re cserélhetjük ellenkező esetben.

Könnnyen ellenőrizhető, hogy

$$(1) \quad \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{l} = \binom{n}{l} \binom{n-l}{k}.$$

(Például úgy, hogy

$$\binom{n}{k} \text{ helyére } \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}\text{-t,}$$

$$\binom{n-k}{l} \text{ helyére } \frac{(n-k)\dots(n-k-l+1)}{l!}\text{-t stb. írunk.)}$$

Az  $\binom{n-k}{l}$  és  $\binom{n-l}{k}$  binomiális együtthatók értelmesek, mert  $k, l \leq \frac{n}{2}$  miatt  $l \leq n-k$  és  $k \leq n-l$ .

Ugyanakkor az is igaz, hogy

$$(2) \quad \binom{n-l}{k} < \binom{n}{k}.$$

(Ez szintén ellenőrizhető az előbbi behelyettesítéssel:

$$\frac{(n-l)(n-l-1)\dots(n-l-k+1)}{k!} < \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}.)$$

Az (1) bal oldala osztható  $\binom{n}{k}$ -val. Ha jobb oldalán az  $\binom{n}{l}$  tényező ehhez relatív prím lenne, akkor a másik tényezőnek,  $\binom{n-l}{k}$ -nak kellene  $\binom{n}{k}$ -val oszthatónak lenni. De egy pozitív egész nem lehet egy nála nagyobb számnak többszöröse, ez tehát ellentmondás.

Tehát  $\binom{n}{k}$  és  $\binom{n}{l}$  nem lehetnek relatív prímek.