A színek számára vonatkozó teljes indukcióval bizonyítunk. 1 színre nyilvánvaló az állítás. Tegyük fel ezért, hogy $n-1$ szín esetére már igazoltuk az állítást, és nézzük meg, mit tudunk mondani n szín mellett. A természetes számokat színezzük ki az s_1, s_2, $\ldots$, s_n színekkel. Feltehetjük, hogy az s_1, s_2, $\ldots$, s_{n-1} színek egyike sem teljesíti a feladatban kirótt feltételt, hiszen különben készen vagyunk. Tekintsük az s_{n-1} és az s_n színű számokat együttesen s' színűeknek. Ekkor az indukciós feltevés miatt az s_1, s_2, $\ldots$, s_{n-2}, s' színek valamelyike teljesíti a feladatban kirótt feltételt, ez a szín pedig az előbbi megjegyzésünk folytán csakis az s' lehet. Így alkalmas m-mel minden k-hoz található s' színű a_1, a_2, $\ldots$, a_k úgy, hogy $0 < a_{j+1} - a_j \leq m(1 \leq j \leq k-1)$ teljesüljön. Rögzítsük le az m-et. Mivel az s_{n-1} nem teljesíti a feladatbeli feltételt, azért van olyan pozitív egész l, amelyhez nem található s_{n-1} színű a_1, a_2, $\ldots$, a_l úgy, hogy $0 < a_{j+1} - a_j \leq m$ $(1 \leq j \leq l-1)$ fennálljon. Rögzítsük le ezt az l-et is. Be fogjuk látni, hogy $2lm$-mel az s_n szín kielégíti a feladatbeli feltételt. Legyen ehhez k tetszőleges pozitív egész, és válasszuk meg az s' színű a_1, a_2, $\ldots$, a_{kl} számokat úgy, hogy $0 < a_{j+1} - a_j \leq m \quad (1 \leq j \leq kl-1)$ teljesüljön. Ekkor az l választása folytán tetszőleges $1 \leq p \leq k$ mellett kell lennie egy s_n színű A_p számnak az egymást követő $a_{(p-1)l+1}$, $a_{(p-1)l+2}$, $\ldots$, a_{pl} között. Az A_1, A_2, $\ldots$, A_k számokra teljesülnek a

$$0 < a_{pl+1} - a_{pl} \leq A_{p+1} - A_p \leq a_{(p+1)l} - a_{p-1)l+1} < 2ml \quad (1 \leq p \leq k-1)$$

egyenlőtlenségek, és ezt akartuk bizonyítani.

Braun Gábor (Budapest, Szent István Gimn., I. o.t.)