

x_1	A	x_2
C		D
x_3	B	x_4

Látható, hogy a végeredmény szempontjából csak az ábrán A, B, C, D jelű mezőkben levő számok (jelölje őket a, b, c, d) összege számít, hiszen az első és harmadik sok számainak összege $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + a + b$, míg az első és harmadik oszlopnál az összeg $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + c + d$, azaz Anna pontosan akkor nem veszít, ha $a + b \geq c + d$.

Rendezzük növekvő sorba a kártyákon levő számokat, legyenek ezek $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_9$. Megadunk egy játékmódot, amelynek eredményeképpen Anna nem veszíthet:

1. eset: $a_1 + a_9 \geq a_2 + a_8$. Ekkor tegye a_9 -et az A mezőre, ezáltal $a + b \geq a_1 + a_9$ biztosítva van (hiszen $b \geq a$, mindenképpen fennáll). Miután Balázs tett, Anna a C és D mezőknek legalább az egyikére még tehet, és ehhez az a_1 -es és az a_2 -es kártyákból is legalább az egyik még a rendelkezésére áll. Tegye ezt (vagy ezek egyikét) C és D közül arra, amelyikre még lehet (vagy ezek közül az egyikre). Így elérte, hogy $c + d \leq a_2 + a_8$ (hiszen az egyik a_1 vagy a_2 van, a másikon pedig legfeljebb a_8). Azaz

$$a + b \geq a_1 + a_9 \geq a_2 + a_8 \geq c + d,$$

Anna tehát nem veszített.

2. eset: $a_1 + a_9 < a_2 + a_8$. Ilyenkor tegye a_1 -et a C mezőre, így $c + d \leq a_1 + a_9$ fennállását biztosította. Miután Balázs is tett, Anna lépjen az előző esethez hasonlóan: az A és B közül az egyikbe tegye a_8 -at vagy a_9 -et (ezt biztosan megteheti). Ily módon $a + b \geq a_2 + a_8$ (az egyik ugyanis a_8 vagy a_9 , a másik pedig legalább a_2 , hiszen a_1 már C -n van), azaz

$$a + b \geq a_2 + a_8 \geq a_1 + a_9 \geq c + d,$$

tehát Anna nyert.

Más eset nincs, így az állítást beláttuk. Felmerül viszont, hogy vajon mikor tud Anna győzni is, illetve mikor érhet el Balázs döntetlent. Az mindenesetre látszik, hogy ez utóbbi csak $a_1 + a_9 = a_2 + a_8$ esetén lehetséges. Az $a_1 = a_2 = \dots = a_9$ kártyákra nyilván döntetlen az eredmény, ám hogy mikor máskor, az várhatóan elég bonyolult és szerteágazó esetszétválasztást igényel.

Kovács Balvín (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) és *Rozsnyai Ádám* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján