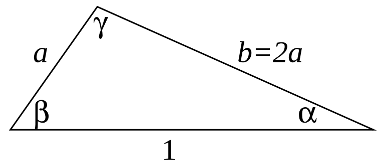
A szinusztétel alapján a feladat szövege szerint

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{a}{b}=\frac{1}{2}, \qquad \text{amiből} \qquad b=2a. \quad \text{(ld. az \textit{ábra} jelöléseit.)}$$



A háromszög ismert területképletéből

$$\frac{1}{4}=\frac{ab\sin\gamma}{2},$$

azaz

(1) $$4a^2 sin\gamma=1.$$

A γ szögre felírjuk a koszinusztételt:

$$1^2=a^2+4a^2-4a^2\cos\gamma,$$
$$\cos\gamma=\frac{5a^2-1}{4a^2}$$

és a négyzetes összefüggésből

$$\sin\gamma=\sqrt{1-\left(\frac{5a^2-1}{4a^2}\right)^2}=\frac{1}{4a^2}\sqrt{-9a^4+10a^2-1}.$$

Ezt behelyettesítve (1)-be

$$\sqrt{-9a^4+10a^2-1}=1.$$

Négyzetre emelve és rendezve

$$9a^4-10a^2+2=0,$$

ahonnan

$$a_1=0{,}9217 a_2=0{,}5115 \quad \text{és} \quad b_1=1{,}8434; b_2=1{,}0230.$$

Ha a kapott értékekre felírjuk a koszinusztételt, az első esetben a β szögre 90°-nál nagyobb értéket kapunk. Ez tehát feladatunknak nem megoldása. Könnyen ellenőrizhető viszont, hogy a második esetben a háromszög valamennyi szöge hegyesszög.

Megjegyzés. A megoldók többsége a hiányzó oldalakat a Heron képlet segítségével számította ki. Természetesen ők is 5 pontot kaptak, feltéve, hogy nem hibáztak a számításoknál.