

A feladat megoldásához elegendő a három szám 7-tel való osztási maradékát vizsgálni.

Egy  $n$  egész szám 7-tel osztva 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 maradékot adhat. Írjuk fel egy táblázatba egymás alá  $n$ ,  $n^2$ ,  $n^4$  7-tel való osztásának maradékait:

	osztási maradékok						
$n$	0	1	2	3	4	5	6
$n^2$	0	1	4	2	2	4	1
$n^4$	0	1	2	4	4	2	1

Azt kell megnézni, hogy a táblázat második, illetve harmadik sorából (ugyanabból az oszlopból) három számot kiválasztva, ezek összege mikor osztható 7-tel. Ez két esetben teljesül: vagy mindhárom szám 7-tel osztva 0-t ad maradékul, vagy a három szám 7-tel való osztási maradéka 1, 2, 4.

Az első esetben, ha mindhárom szám négyzete 7-tel osztva 0-t ad maradékul, akkor a táblázatból láthatjuk, hogy a negyedik hatványok osztási maradéka is 0, és viszont.

A második esetben, ahol a 2. sor oszlopában 1-es áll, ott a 3. sorban alatta is 1-es áll, ahol 2-es áll, ott alatta 4-es, és ahol 4-es, ott alatta 2-es áll, vagyis mindkét esetben a maradékok összege  $1 + 2 + 4 = 7$ , azaz a hatványösszegek oszthatók 7-tel. A három számot ezekből az oszlopokból választva teljesül a feladat követelménye.

*Megjegyzés.* Ne higgyük azt, hogy a négyzetek és a negyedik hatványok összege mindig ugyanazt a maradékot adja. A táblázatból leolvasható, hogyha pl. a négyzetösszegben a maradék  $2 + 2 + 2 = 6$ , akkor a negyedik hatványoknál  $4 + 4 + 4 = 12$ , ami 7-tel osztva nem 6-ot, hanem 5-öt ad maradékul.