Legyen a klubok száma k.

A feltétel második része azt jelenti, hogy egy ember legfeljebb két klubba járhat.

Rendeljük hozzá minden klub-párhoz valamelyik közös tagjukat. (A feltétel első fele szerint van közös tagjuk.) Mivel egy ember nem járhat kettőnél több klubba, a $\binom{k}{2}$ kiválasztott ember mind különböző. Mivel a városban n ember lakik, ez azt jelenti, hogy

$$\binom{k}{2} \leq n. \tag{1}$$

Megfordítva, ha az (1) feltétel teljesül, akkor lehetséges k darab klub megszervezése: $\binom{k}{2}$ embert szétosztunk a klub-párok között, a maradék $n-\binom{k}{2}$ embert pedig például egy klubba sem járatjuk. Ezzel elérjük, hogy bármely két klubnak legyen pontosan egy, de semelyik háromnak ne legyen közös tagja.

A klubok maximális száma tehát az a legnagyobb k pozitív egész, amelyre (1) teljesül. (1)-et rendezve:

$$\frac{k(k-1)}{2} \leq n, k^2-k \leq 2n, \left(k-\frac{1}{2}\right)^2 \leq 2n+\frac{1}{4}, k \leq \frac{1}{2}+\sqrt{2n+\frac{1}{4}}.$$

A legnagyobb ilyen k az $\left[\frac{1}{2}+\sqrt{2n+\frac{1}{4}}\right]$.

Gyarmati Katalin (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o.t.)