

Használjuk a feladat szövege alapján készített *ábra* jelöléseit. A Pitagorasz-tétel alapján

$$E_1E_2^2 = (R + r)^2 - (R - r)^2 = 4R \cdot r,$$

és így

$$(1) \quad E_1E_2 = 2\sqrt{Rr}.$$

A feltételek szerint $E_1E_2 = 20$ (cm), ezért $2\sqrt{Rr} = 20$, azaz

$$(2) \quad Rr = 100.$$

Az (1)-hez hasonlóan $E_1E = 2\sqrt{rx}$ és $EE_2 = 2\sqrt{Rx}$. Mivel $E_1E_2 = E_1E + EE_2$, azért $2\sqrt{Rr} = 2\sqrt{rx} + 2\sqrt{Rx}$, amiből $\sqrt{x} = \frac{10}{\sqrt{R} + \sqrt{r}}$. Az oldalak pozitívak, ezért mindkét oldalt négyzetre emelve az előbbivel ekvivalens összefüggést kapunk:

$$(3) \quad x = \frac{100}{R + r + 20} = \frac{50}{\frac{R+r}{2} + 10}.$$

(3) alapján x akkor lesz a legnagyobb, ha $\frac{R+r}{2}$ a legkisebb. Mivel (2) szerint Rr állandó, az $\frac{R+r}{2} \geq \sqrt{Rr}$ egyenlőtlenségből $\frac{R+r}{2}$ akkor a legkisebb, ha $R = r = 10$. Ennek alapján x legnagyobb értéke is megadható:
 $x_{\max} = \frac{100}{40} = 2,5$ (cm).

Pap Gyula (Debrecen, Fazekas M. Gimn., I. o.t.) dolgozata alapján

