

I. megoldás. Legyen az adott pont P , amelyet az O_1 és O_2 középpontú k_1 és k_2 körök egyik M metszéspontjával kell összekötnünk. Azaz meg kell szerkesztenünk a PM egyenest.

Válasszunk ki k_1 és k_2 lapon lévő két körívéből 3–3 pontot, és ezek segítségével kicsinyítsük a köröket P -ből a felére. Ha nem tudjuk megszerkeszteni a köröket – mert középpontjaik nem férnek rá a lapra – vagy ha a kicsinyített körök metszéspontja sem fér még rá a lapra, akkor ismét kicsinyítsük az ábrát P -ből a felére. Folytassuk ezt egészen addig, amíg a kicsinyített k'_1 és k'_2 körök M' metszéspontja rá nem kerül a lapra. (Ez véges sok lépés után bekövetkezik, mert a körök sugara is, és P -től való távolsága is minden lépésben feleződik.)

A k'_1 és k'_2 körök P középponttal középpontosan hasonlóak a k_1 és k_2 körökhöz, ezért az M pont az M' -nek P -ből való nagyításával kapható. Tehát P , M' és M egy egyenesen vannak, azaz PM' éppen a keresett egyenes (1. ábra).

Kovács Balduin (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o.t.)

II. megoldás. Vegyünk fel egy olyan kört, amely teljes egészében rajta van a lapon, és az adott P ponton és körökön kívül fekszik. Invertáljuk a síkot erre a körre. (A 2. ábrán ez a kör k ; O a középpontja.)

Egy kört úgy invertálhatunk, hogy vesszük tetszőleges 3 pontját, azokat invertáljuk, és a kapott 3 pont által alkotott háromszög körülírt köre a keresett inverz.

Mivel P és a két eredeti kör k -n kívül volt, P' és a két inverz kör k -n belül lesz, és így rajta van a papíron a két kör metszéspontja, A és B is.

Ha A , P' O egy egyenesen van, akkor az a keresett egyenes (inverze önmaga).

Ha A , P' , O nincs egy egyenesen, akkor az $AP'O$ háromszög körülírt köre a keresett egyenes inverz képe (ezt a kört jelöljük c -vel).

Ha c -t nem tudjuk megszerkeszteni (a középpontja nem fér rá a lapra), ez azt jelenti, hogy a keresett egyenes túl közel van az O -hoz (a k sugarához képest). Ilyenkor addig csökkentjük (pl. felezzük) a k sugarát, és ismételjük az eljárást, amíg c szerkeszthető nem lesz. (Ez biztosan bekövetkezik akkor, amikor k -nak már nincs közös pontja a keresett egyenessel.)

Ha c metszi k -t, akkor a metszéspontokon átmenő egyenes a keresett egyenes (inverze c -nek). Ha c k -n belül van, akkor keresni kell rajta P' -n kívül még egy pontot, amit invertálni tudunk. Ilyen pontot úgy keresünk, hogy rendre megszerkesztjük a c körön a $P'O$ körív P' -höz legközelebbi felező, negyedelő, nyolcadoló, ... pontját. Mivel ezek a pontok tetszőlegesen közel kerülhetnek P' -höz, azért inverz képeik is – egyre közelebb lévén P -hez – előbb-utóbb a papíron lesznek.

Bárász Mihály (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o.t.)



