Látható, hogy a számnégyesekben levő számok szorzata lépésenként az előző négyzetére változik, ezért csak akkor kaphatjuk vissza az eredeti négyest, ha a szorzat 1, azaz $abcd=1$. (Különben a szorzat minden lépésnél csökken, vagy pedig mindig nő.)

A második számnégyesben az első és a harmadik, illetve a második és negyedik szám szorzata egyaránt $abcd=1$. Tehát a harmadik szám reciproka az elsőnek, a negyedik pedig a másodiknak. Ez a tulajdonság megőrződik a lépések során, ugyanis egy $\left(x, y, \frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right)$ négyesből az $\left(xy, \frac{y}{x}, \frac{1}{xy}, \frac{x}{y}\right)$ számnégyest kapjuk, ami ugyanilyen tulajdonságú. Tehát a második négyestől kezdve fennáll ez a tulajdonság. Sőt, minthogy az első négyes megegyezik valamelyik későbbivel, így arra is igaz, vagyis

$$(a, b, c, d)=\left(a, b, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right).$$

Most vizsgáljuk meg, hogyan változik egy lépés során a négy szám összege. Az $\left(x, y, \frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right)$-ból indulva, képezzük a két összeg különbségét:

$$\left(xy+\frac{y}{x}+\frac{1}{xy}+\frac{x}{y}\right)-\left(x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=$$
$$=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(y+\frac{1}{y}\right)-\left(x+\frac{1}{x}\right)-\left(y+\frac{1}{y}\right)=\left(x+\frac{1}{x}-1\right)\left(y+\frac{1}{y}-1\right)-1.$$

Ismeretes, hogy pozitív z számokra $z+\frac{1}{z} \geq 2$ (például a számtani–mértani középre vonatkozó egyenlőtlenség alapján) és egyenlőség csak $z=1$ mellett áll fönn. Ezért

$$\left(x+\frac{1}{x}-1\right)\left(y+\frac{1}{y}-1\right)-1 \geq 0,$$

és egyenlőség csak $x=y=1$ esetén teljesül.

A négy szám összege tehát nemcsökkenő, és ha $a \neq 1$ vagy $b \neq 1$, akkor a másodiktól kezdve minden számnégyesben a számok összege nagyobb, mint az elsőben. Így az első négyest csak $a=b=1$, $c=\frac{1}{a}=1$, $d=\frac{1}{b}=1$ esetén kaphatjuk vissza, ami éppen a bizonyítandó állítás.

Pap Gyula (Debrecen, Fazekas M. Gimn., I. o.t.) dolgozata alapján