

A sorozat tagjainak képzési szabálya szerint $a_2 = 2a_1 - 1$. Célszerű ezt $a_2 = 2(a_1 - 1) + 1$ formában írni. Mit nyerünk ezzel? Ha a_3 -at ebből az alakból képezzük, akkor közvetlenül adódik: $a_3 = 4(a_1 - 1) + 1$. (1-nek a kétszereséből 1-et kivonva megint 1-es keletkezik.) Az is könnyen belátható, hogy minden pozitív egész k -ra $a_k = 2^{k-1}(a_1 - 1) + 1$. Ennek a képletnek a birtokában a sorozat akárhányadik tagját felírhatjuk anélkül, hogy az előző tagokat ki kellene számítanunk.

Térjünk rá a feladat kérdésére. Írjuk fel az első n tag összegét:

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n.$$

Szorozzuk meg az egyenlőség mindkét oldalát 2-vel, és vonjunk ki mindkét oldalból n -et (a jobb oldalon n darab 1-est).

$$2S_n - n = (2a_1 - 1) + (2a_2 - 1) + \cdots + (2a_{n-1} - 1) + (2a_n - 1).$$

A sorozat képzési szabálya alapján

$$2S_n - n = a_2 + a_3 + \cdots + a_n + a_{n+1}.$$

Vonjunk ki mindkét oldalból S_n -et:

$$S_n - n = a_{n+1} - a_1.$$

Felhasználva az a_k -ra vonatkozó képletünket: $a_{n+1} = 2^n(a_1 - 1) + 1$, ezért

$$S_n = (a_1 - 1)(2^n - 1) + n.$$