Az a, b, c számok szerepe szimmetrikus, ezért feltehetjük, hogy teljesül az $a \le b \le c$ reláció. Az így nyert megoldásokból aztán a sorrend változtatásával kapjuk majd meg az összes megoldást.

Vizsgáljuk a legkisebb számot. Ha $a = 1$, akkor

$$\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right) = 2\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right) > 2,$$

vagyis szükségképpen $a \ge 2$. Ha viszont $a \ge 4$, akkor

$$\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right) \le \left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64} < 2,$$

ez szintén nem ad megoldást. Tehát csak $a = 2$ vagy $a = 3$ lehetséges.

Az $a = 2$ esetben az egyenlet így írható át:

$$\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right) = \frac{4}{3}, 3(b+1)(c+1) = 4bc, 3b+3c+3 = bc, b = \frac{3+3c}{c-3} = \frac{3(c-3)+12}{c-3} = 3 + \frac{12}{c-3}.$$

Mivel b egész és $c \ge 2$, azért $c-3$ lehetséges értékei osztói 12-nek, és nem kisebbek -1-nél: $c - 3 = -1, 1, 2, 3, 4, 6, 12$. Az ezekhez tartozó $(b,\ c)$ párok:

$$(-9,\ 2),\ (15,\ 4),\ (9,\ 5),\ (7,\ 6),\ (6,\ 7),\ (5,\ 9),\ (4,\ 15).$$

Ezek közül a $2 \le b \le c$ feltételeknek csak a $(6,\ 7)$, $(5,\ 9)$, $(4,\ 15)$ tesz eleget, gondolatmenetünkből következik, hogy ezek valóban jók is.

Az $a = 3$ esetben számolásunk így alakul:

$$\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right) = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}, 2(b+1)(c+1) = 3bc, 2b+2c+2 = bc, b = \frac{2c+2}{c-2} = \frac{2(c-2)+6}{c-2} = 2 + \frac{6}{c-2}.$$

Mivel $c \ge b \ge 3$ és egészek, azért $c-2$ lehetséges értékei: 1, 2, 3, 6; az ezekhez tartozó $(b,\ c)$ párok pedig

$$(8,\ 3),\ (5,\ 4),\ (4,\ 5),\ (3,\ 8),$$

ezek közül $(4,\ 5)$ és $(3,\ 8)$ tesz eleget a nagyságrendi megkötéseknek is, és ezek valóban megoldások.

Összegezve: az egyenlet megoldásait a $(2,\ 4,\ 15)$, $(2,\ 5,\ 9)$, $(2,\ 6,\ 7)$, $(3,\ 3,\ 8)$, $(3,\ 4,\ 5)$ és az ezekből permutálással nyert számhármasok jelentik (összesen $6+6+6+3+6 = 27$ megoldás).

Szabó 555 Krisztián (Békéscsaba, Széchenyi I. Szki., II. o.t.) dolgozata alapján