

Jelöljük az  $ABC$  háromszög oldalainak harmadolópontjait az *1. ábrán* látható módon  $A_B$ ,  $A_C$ ,  $B_A$ ,  $B_C$ ,  $C_A$  és  $C_B$ -vel, súlypontját pedig  $S$ -sel. Mivel  $S$  harmadolja az  $ABC$  háromszög súlyvonalait, az  $AB_A C_A$ ,  $BA_B C_B$  és  $CA_A B_C$  háromszögeket pedig megkaphatjuk az  $ABC$  háromszög megfelelő csúcsából történő  $\frac{2}{3}$  arányú kicsinyítéssel, azért a  $B_A C_A$ ,  $A_B C_B$  és  $A_C B_C$  szakaszok mindegyikének a felezőpontja  $S$ .

*2. ábra*

Egy  $K$  középpontú  $-\frac{1}{2}$  arányú hasonlóság pontosan akkor viszi  $A$ -t az  $ABC$  háromszög belső pontjába, ha az  $AK$  egyenesre  $K$ -ból az  $A$ -val ellentétes oldalra  $\frac{1}{2}AK$ -t felmérve az így kapott  $A'_K$  pont az  $ABC$  háromszög belső pontja (*2. ábra*). Ez pontosan akkor teljesül, ha az  $A$ -ból  $\frac{2}{3}$  arányban kicsinyített  $A'_K$  pont az  $ABC$  háromszög kicsinyített képének, azaz  $AB_A C_A$ -nak belső pontja. Tehát az  $A$ -ra vonatkozó feltételnek eleget tevő pontok az  $AB_A C_A$  háromszög

belső pontjai. Ugyanígy láthatjuk be, hogy a  $B$ -re vonatkozó feltételnek eleget tevő pontok a  $BA_B C_B$  háromszög belső pontjai, míg a  $C$ -re vonatkozó feltételnek azok a pontok *nem tesznek eleget*, amelyek a  $CA_C B_C$  háromszög belső pontjai és határolópontjai. Tehát a  $C$ -re vonatkozó feltételnek a  $CA_C B_C$  háromszögön kívül eső pontok tesznek eleget.

Mindhárom feltételnek tehát az  $A_B B_A S$  háromszög belső pontjai tesznek eleget. Megfelelő oldalaik párhuzamossága miatt az  $A_B B_A S$  és az  $ABC$  háromszögek hasonlóak, a hasonlóság aránya  $\frac{A_B B_A}{AB} = \frac{1}{3}$ , ezért a területeik aránya  $\frac{1}{9}$ .

Tehát a keresett  $K$  pontok az  $ABC$  háromszög területének  $\frac{1}{9}$ -ét teszik ki.