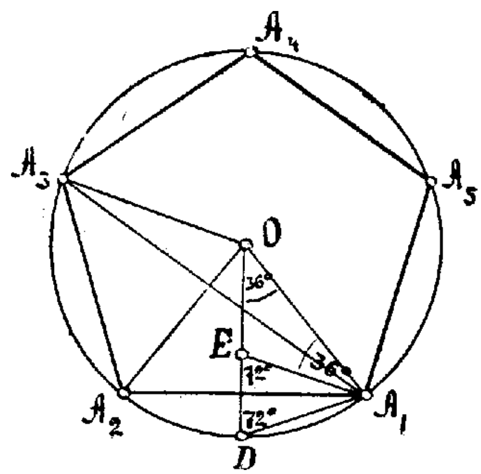
Minthogy $A_2OA_1\sphericalangle = 72^\circ$ és $DOA_1\sphericalangle = 36^\circ$, azért

$$(A_1A_2 \cdot A_1A_3)^2 = (2\sin 36^\circ \cdot 2\sin 72^\circ)^2 =$$

$$= \left(4\sqrt{\frac{1-\cos 72^\circ}{2}} \cdot \sqrt{1-\cos 72^\circ}\right)^2 = 8(1-\cos 72^\circ)(1-\cos 72^\circ).$$

Ha a DA_1O szögnek A_1E szögfelezőjét megrajzoljuk, akkor a DA_1E és A_1EO egyenlőszárú háromszögeket kapjuk, mert $A_1DE\sphericalangle = A_1ED\sphericalangle = 72^\circ$ és $EA_1O\sphericalangle = EOA_1\sphericalangle = 36^\circ$.



Minthogy pedig $A_1DE\triangle \sim A_1DO\triangle$, azért

$$A_1O : A_1D = A_1D : ED$$

minthogy pedig a feladat értelmében a kör sugara $= 1$ és $OE = EA_1 = A_1D$, azért

$$1 : A_1D = A_1D : 1 - A_1D$$

vagy

$$\overline{A_1D}^2 + A_1D = 1,$$

miből

$$A_1D = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{5}),$$

mely kifejezésben csakis a felső előjel használható.

Így tehát

$$\cos 72^\circ = \frac{A_1D}{2 \cdot A_1O} = \frac{1}{4}(-1+\sqrt{5}).$$

Ennélfogva

$$(A_1A_2 \cdot A_1A_3)^2 = 8[1 - \frac{1}{4}(-1+\sqrt{5})][1 - \frac{1}{16}(6-2\sqrt{5})] =$$

$$= 8\frac{5-\sqrt{5}}{4} \cdot \frac{5+\sqrt{5}}{8} = \frac{20}{4} = 5.$$

(Stromfeld Ferencz, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Baumann J., Bayer B., Benedek Zs., Burján K., Cukor K., Czank K., Demeter J., Faith F., Filkorn J., Goldstein Á., Hein I., Holzmann J., Izsáky L., Kerekes T., Kertész G., König D., Krausz B., Krisztián Gy., Krumpschink K., Kürth A., Lukhaub Gy., Lupsa Gy., Messik G., Messik V., Perl Gy., Póka Gy., Rosenberg Á., Sasvári G., Sasvári J., Scharff J., Selényi M., Singer A., Smodics K., Szmodics H., Weisz P., Wohlstein S.