A feladat szövege két, egymástól kicsit eltérő értelmezést is megenged. Az első szerint fény csak a síklapon juthat a hasábba, a második szerint az íves felületen is. A megoldás első részében csak a síklapon bejutó fénnyel foglalkozunk, a második részben vizsgáljuk az íves felületre eső fény útját.

A fénysugarak merőlegesek a hasáb alkotóira, így elegendő egy az alkotókra merőleges síkmetszetet vizsgálni. A hengerfelületnél a beesési merőleges a törési ponthoz húzott sugár. Így a félkör középpontjába, O-ba érkező fénysugár merőlegesen, azaz törés nélkül lép ki az üvegből. Vizsgáljuk külön a tőle jobbra, illetve balra a síklapra beeső fénysugarakat (1. ábra).

1988-11-425-1.eps

1. ábra

Az ábra jelöléseit használva, az O-tól jobbra érkező fénysugarak esetén a hengerfelületen a beesési szög

$$\gamma_1 = \beta - \varphi_1,$$

míg balra

$$\gamma_2 = \varphi_2 - \beta.$$

A β szögre:

$$\frac{\cos\ 30^\circ}{\cos\ \beta} = n, \quad \beta = 60,0^\circ.$$

Üveg és levegő esetén a kilépés határszöge

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin \gamma_H} = n_{1,2}.$$

Innen $\gamma_H = 35,3^\circ$. Akkor történik kilépés, ha $\gamma \leqq \gamma_H$, azaz

$$\gamma_1 = \beta - \varphi_1 \leqq \gamma_H \ \text{ és } \ \gamma_2 = \varphi_2 - \beta \leqq \gamma_H.$$

E két feltételből meghatározható, milyen φ szög esetén hagyja el a fénysugár az üveget.

$$\beta - \gamma_H \leqq \varphi \leqq \beta + \gamma_H, \quad \text{azaz} \ \ 24,7^\circ \leq \varphi \leqq 95,3^\circ.$$

A szögtartomány $\beta + \gamma_H - (\beta - \gamma_H) = 2\gamma_H$ nagyságú. Így a teljes felület $100 \cdot \dfrac{2 \cdot 35,3^\circ}{180^\circ} = 39,2$ %-ában lépnek ki a fénysugarak, csak a síklapon bejutó fényt tekintve.

Horváth 691 Csaba (Veszprém, Lovassy L. Gimn., IV. o. t.) és
Domokos Péter (Budapest, ELTE Ságvári E. Gyak. Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján

Vizsgáljuk most az íves felületen befutó fénysugarakat! Határozzuk meg az íves felületre eső két szélső fénysugár útját (2. ábra)!

1988-11-425-2.eps

2. ábra

Az ábrán az alsó törési szöget a Snellius–Descartes törvényből kaphatjuk,

$$\frac{\sin 30^\circ}{\sin \alpha_3} = n.$$

Innen $\alpha_3 = 16,8^\circ$. A kilépési ponthoz tartozó középponti szög, $\varphi_3 = 2\alpha_3 = 33,6^\circ$. A hengerfelületen a beesési szög γ_3, megegyezik α_3-mal, mivel egyenlőszárú háromszög szárszögei. Ez a sugár elhagyja a hasábot, hiszen $\gamma_3 < \gamma_H$.

A felső fénysugár törési szöge éppen a γ_H határszög. A kilépési ponthoz tartozó középponti szög $\varphi_4 = 120^\circ - (180^\circ - 2\gamma_H) = 10,6^\circ$. Ez a sugár is elhagyja a hasábot, hiszen éppen határszögben érkezik a hengerfelületre.

Ezek alapján az íves felületen beeső fénysugarak az AB íven hagyják el a flintüveget. A φ szög $10,6^\circ$-tól $33,6^\circ$-ig változhat, míg a megoldás első részében meghatározott szögtartomány: $24,7^\circ \leqq \varphi \leqq 95,3^\circ$. A kettő együtt egy $84,7^\circ$ széles szögtartomány, azaz a felület $100 \cdot \dfrac{84,7^\circ}{180^\circ} = 47,1\%$-n lép ki a fény.

Lang András (Győr, Révai M. Gimn., IV. o. t.)