

I. megoldás. Jelöljük az eredeti helikopter súlyát G -vel, a rotorja által súrolt területet A -val, a rotor sugarát, szögsebességét és átlagos sebességét pedig r -rel, ω -val és v -vel. A másik, kicsinyített helikopternél ugyanezen mennyiségek legyenek G' , A' , r' , ω' és v' .

Amennyiben $r' = r/2$, úgy $A' = A/4$ és $G' = G/8$. (Feltételezzük, hogy a kicsinyített modell ugyanolyan anyagból készült, mint az eredeti, emiatt az átlagos sűrűségük megegyezik.) Mindkét „lebegő” helikopternél fennáll az, hogy a forgásban levő rotor által létrehozott emelőerő egyenlő a helikopter súlyával.

Vajon miből származik az emelőerő és hogyan fejezhető ki a helikopter adataival? A rotorok felgyorsítják (mintegy maguk alá lökik) a felettük levő, kezdetben álló levegőt, tehát függőlegesen lefelé irányuló lendületet adnak neki. A felgyorsított levegő sebessége feltehetően arányos v -vel. (Az arányossági tényező nyilván függ a rotor lapátjának alakjától, de mindkét helikopterre ugyanakkora.) Bizonyos Δt idő alatt A keresztmetszeten $Av\Delta t$ -vel arányos térfogatú levegő áramlik lefelé. Ennek a levegőmennyiségnek az impulzusa $Av^2\Delta t$ -vel arányos, a levegő felgyorsításához szükséges függőleges erő (időegységre vonatkoztatott impulzusváltozás) tehát Av^2 -tel arányos. A hatás-ellenhatás törvénye szerint ugyanekkora nagyságú erőt fejt ki a levegő is a helikopterre. Az emelőerő és a súly egyenlőségéből

$$\frac{G'}{G} = \frac{A'v'^2}{Av^2},$$

ahonnan a korábban felírt összefüggéseket is felhasználva $v' = v/\sqrt{2}$, valamint $\omega' = \sqrt{2}\omega$ adódik. A kicsinyített modell rotorjának tehát kisebb kerületi sebességgel, de nagyobb szögsebességgel kell forognia, mint az eredetinek.

A helikopter motorja által leadott mechanikai teljesítmény a szükséges M forgatónyomaték és a rotor szögsebességének szorzataként számítható ki: $P = M\omega$. A forgatónyomaték a rotorra ható közegellenállási erővel (tehát Av^2 -tel) és a rotor r sugarával arányos. (A jelölheti a rotorlapátok egyes részeinek mozgásirányú keresztmetszetét, de a rotor által súrolt területet is, hiszen arányos kicsinyítésnél ezek ugyanolyan mértékben csökkennek.) Így a kérdéses teljesítményarány:

$$\frac{P'}{P} = \frac{A'v'^2r'\omega'}{Av^2r\omega} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{2^{3,5}} = 0,088.$$

A kicsinyített modell motorjának teljesítménye tehát az eredetiének mindössze 9 százaléka kell legyen.

Boja Bence (Budapest, Árpád Gimn., 12. évf.), *Kardos Gábor* (Heves, Eötvös J. Gimn., 12. évf.) és *Sarlós Ferenc* (Baja, III. Béla Gimn., 12. évf.) dolgozata alapján

II. megoldás. Próbáljuk megtalálni azokat a paramétereket, melyektől egy adott helikopter lebegéséhez szükséges P teljesítmény függ. Nyilvánvaló, hogy ezek között szerepelnie kell a g gravitációs állandónak, a helikopter jellemző L hosszúságának. (A helikopter tömege, a rotorlapátok hossza és hasznos felülete már kifejezhető ezekkel az adatokkal.) A teljesítmény természetesen függ még a helikopter (átlagos) ρ_h sűrűségétől, valamint a környező közeg (jelen esetben a levegő) ρ_l sűrűségétől is.

Ésszerű feltételezni, hogy a szükséges teljesítmény (legalábbis közelítőleg) csak a felsorolt paraméterektől függ és

$$P = c \cdot g^\alpha \cdot L^\beta \cdot \rho_h^\gamma \cdot \rho_l^\delta$$

alakú összefüggésből számítható ki (ahol c egy dimenziótlán állandó). A két oldal mértékegységeinek meg kell egyeznie:

$$\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} = \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^\alpha \cdot \text{m}^\beta \cdot \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)^\gamma \cdot \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)^\delta.$$

A kitevők alapegységeként egyenlők:

$$\gamma + \delta = 1, \alpha + \beta - 3(\gamma + \delta) = 2, -2\alpha = -3.$$

Ennek az egyenletrendszernek a megoldása: $\beta = \frac{7}{2}$, továbbá $\alpha = \frac{1}{2}$ és $\gamma = 1 - \delta$.

Azt kaptuk tehát, hogy a helikopter lebegéséhez szükséges teljesítmény a lineáris méret $\frac{7}{2}$ -ik hatványával arányos, a felére kicsinyített helikopter tehát $2^{-3,5} = 0,088$ -szoros teljesítménnyel képes fenntartani magát.

Kormos Márton (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 12. évf.)

Megjegyzések. 1. A motorok határfokának egyik fontos jellemzője a motor által leadott teljesítmény és a motor tömegének aránya. Amennyiben a helikopter motorját is a többi lineáris mérettel arányos mértékben kicsinyítjük, a motor tömege nyolcadára, a szükséges teljesítmény viszont ennél nagyobb mértékben csökken. Eszerint a kisebb repülő szerkezet lebegéséhez rosszabb határfokú motor is elegendő. Fordítva: minél nagyobb méretű (levegőnél nagyobb sűrűségű) testet akarunk helikopter-elven lebegtetni, annál jobb határfokú motorra van szükségünk. Hasonló okok magyarázhatják azt a tényt, hogy az evolúció során pl. a legyek nem nőttek emberméretűre, hiszen méretarányosan felnagyítva őket képtelenek volnának repülni. Ugyancsak szembeűnő a legnagyobb repülő állatok és a legnagyobb szárazföldi gerincesek (pl. a sas és az elefánt) közötti nagyon nagy térfogat-, illetve tömegkülönbség.

Zawadowski Ádám (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.)

2. A II. megoldásban leírt dimenzióanalízis módszerével a γ és δ kitevőknek csak az összegét tudtuk megadni. Ha azonban azt is figyelembe vesszük, hogy a helikopter sűrűsége csak g -vel szorozva jelenhet meg a teljesítmény képletében (hiszen a mozdulatlan helikopternek nem a tehetetlen tömege, hanem csak a súlya kaphat csak szerepet), úgy a $\gamma = \alpha$ megszorítást kapjuk, ahonnan $\gamma = \frac{3}{2}$ és $\delta = -\frac{1}{2}$ adódik. Ezek szerint a teljesítmény formulája:

$$P \propto (L^3 \varrho_h g) \cdot \sqrt{Lg} \cdot \sqrt{\frac{\varrho_h}{\varrho_l}}.$$

Ebben a képletben az első (zárójeles) tényező a helikopter súlyával arányos, a második egy helikopternyi magasságból szabadon eső test végsebessége, a harmadik tényező pedig dimenziótlan (kb 100-as nagyságrendű) számfaktor, amely csak a sűrűségarányoktól függ.

Földi körülmények között csak L -t és ϱ_h -t lehet változtatni, az úrkutatásban (parányi automata repülő felderítő eszközök tervezésénél) azonban fontos lehet annak ismerete is, hogy miként függ P a nehézségi gyorsulástól, illetve a környező közeg sűrűségétől.

(G. P.)