

I. megoldás. A munkatétel alapján meghatározhatjuk a test v sebességét a pálya legalsó pontjában:

$$mg \cdot 2R = \frac{1}{2}mv^2, \quad \text{ahonnan} \quad v = \sqrt{4gR},$$

(R a gördülő karika sugara). Másrészt Newton második törvénye szerint

$$N - mg = m\frac{v^2}{r_g},$$

ahol r_g a ciklois görbületi sugara a legalsó pontjában, N pedig a keresett nyomóerő. A fenti 2 egyenletből N -et könnyen ki tudnánk fejezni, ha ismernénk r_g értékét.

Gördítsük – képzeletben – a cikloist geometriailag megadó karikát úgy, hogy a középpontja egyenletesen, $v/2$ sebességgel haladjon. Amikor a karika A pontja a legalsó helyzetbe kerül, sebessége v , a gyorsulása pedig v^2/r_g lesz. Ugyanezt a gyorsulást azonban az egyenletes körmozgás ismert képletéből is kiszámíthatjuk: $a = (v/2)^2/R$. (A karika középpontjának egyenletes mozgása nem változtatja meg a tiszta körmozgás centripetális gyorsulását.) A kétféleképpen kiszámított gyorsulás összehasonlításából $r_g = 4R$ és $N = 2mg$ adódik. A lecsúszó test tehát az álló helyzetben mérlegen mérhető súlyának kétszeresével nyomja a vajatot a pályájának legmélyebb pontjában.

Wagner Róbert (Pannonhalma, Bencés Gimn., IV. o.t.)

II. megoldás. A pályagörbe görbületi sugarát a legalsó pontban az *ábrán* látható szerkesztésből is leolvashatjuk. Amíg a karika OA sugara a legalsó ponthoz tartozó függőleges helyzetéből kicsiny $\Delta\varphi$ szöggel elfordul, a középpontja $R\Delta\varphi$ elmozdulással O -ból O' -be kerül. Az A pont eközben az A' helyre kerül, ami – kicsiny elfordulás esetén – jó közelítéssel egybeesik az A -tól $2R\Delta\varphi$ távolságra levő A'' ponttal.

A karika A' pontbeli sebességének nem lehet $A'F'$ irányú komponense, hiszen az F' pont sebessége nulla. Eszerint az kérdéses pont sebessége merőleges az $A'F'$ egyenesre, a pályagörbe C görbületi középpontja tehát rajta fekszik $A'F'$ meghosszabításán. Az $AA''C$ és $FF'C$ háromszögek hasonlóságát, továbbá $AA'' = 2R\Delta\varphi$ összefüggést felhasználva a görbületi sugárra $r_g = AC = 4R$, a nyomóerőre pedig (a Newton-egyenletből és a munkatételből) $N = 2mg$ adódik.

Borsos Júlia (Győr, Révai M. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján