

Jelöljük a henger tömegközéppontjának valamely  $\alpha$  szöggel jellemzett helyhez tartozó pillanatnyi sebességét  $v$ -vel, pályamenti gyorsulását  $a$ -val, szöggyorsulását  $\beta$ -val, a vájat által kifejtett nyomóerőt  $N$ -nel, a tapadó súrlódási erőt pedig  $T$ -vel (*1. ábra*).

A henger mozgásegyenlete a pályaérintő irányában

$$(1) \quad mg \sin \alpha - T = ma,$$

sugárirányban

$$(2) \quad N - mg \cos \alpha = m \frac{v^2}{R - r},$$

a forgómozgás egyenlete pedig

$$(3) \quad Tr = \frac{1}{2}mr^2 \beta.$$

A tiszta (csúszásmentes) gördülés feltétele szerint a hengernek a vájattal éppen érintkező pontja áll:  $v - r\omega = 0$ , ahonnan

$$(4) \quad v = r\omega, \quad \text{azaz} \quad a = r\beta.$$

Felírhatjuk még a mechanikai energia megmaradását kifejező egyenletet:

$$(5) \quad mg(R - r) \cdot (\cos \alpha - \cos \alpha_0) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}mr^2 \right) \omega^2,$$

ahol  $\alpha_0 = 60^\circ$ , tehát  $\cos \alpha_0 = \frac{1}{2}$ .

Az (1) – (5) egyenletrendszert megoldva az erőkre

$$(6) \quad T = \frac{mg}{3} \sin \alpha,$$

$$(7) \quad N = \frac{mg}{3}(7 \cos \alpha - 2)$$

adódik. (Érdekes, hogy a hengerre ható erők nem függenek sem a vájat, sem a henger sugarától, de még azok arányától sem.)

A vájat mozgásegyenletei a *2. ábra* jelöléseivel:

$$(8) \quad F - Mg - N \cos \alpha - T \sin \alpha = 0,$$

$$(9) \quad S - N \sin \alpha + T \cos \alpha = 0,$$

a meg nem csúszás feltétele pedig

$$(10) \quad \mu_0 F \geq S.$$

A (6) és (7) kifejezéseket (8)-ba és (9)-be helyettesítve, majd azokból  $S$ -et és  $F$ -et kifejezve a (10) egyenlőtlenséget

$$(11) \quad \mu_0 \geq 2 \sin \alpha \frac{3 \cos \alpha - 1}{6 \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha + 11} \equiv f(\alpha)$$

alakra hozhatjuk. Ha ábrázoljuk az  $f(\alpha)$  függvényt a  $0 \leq \alpha \leq 60^\circ$  intervallumon (*3. ábra*), a grafikonról leolvashatjuk, hogy  $f(\alpha) \leq \mu_{\text{krit}} \approx 0,13$ . A megadott számadatokkal a (11) feltétel minden szögnél teljesül, a henger tehát *egyáltalán nem csúszik meg*.

