

Jelöljük a lejtő (vízszintes) gyorsulását az *ábrán* látható módon A -val, a kis testnek a lejtőhöz viszonyított gyorsulását pedig a -val! A kis test gyorsulása a külső (inercia-) rendszerből nézve (ahol a Newton-féle mozgásegyenletek érvényesek) a két gyorsulás vektori összege: $\mathbf{a}^* = \mathbf{A} + \mathbf{a}$.

A kis testre az F fonálerőn kívül az mg gravitációs erő és a lejtő által kifejtett, annak síkjára merőleges N nyomóerő hat. A lejtőre ható függőleges irányú erőket (a súlyerőt és a talaj nyomóerejét), valamint a belső erőket (N ellenerejét és a csigánál ható erőt) az *ábrán* nem tüntettük fel.

Írjuk fel a kis test lejtő irányú mozgásegyenletét (inerciarendszerből nézve), valamint az egész rendszer (lejtő + kis test) vízszintes irányú impulzusának egységnyi időre eső megváltozását:

$$(1) \quad F - mg \sin \alpha = m(a + A \cos \alpha),$$

$$(2) \quad F = (M + m)A + ma \cos \alpha.$$

(Azért célszerű éppen ezeket az egyenleteket felírni, mert nem szerepelnek bennük a belső erők: az N nyomóerő, a csigánál ható erő, illetve a talaj és a lejtő közötti erő.)

Az (1)–(2) egyenletrendszer megoldása és a megadott szám adatok behelyettesítése után

$$(3) \quad A = \frac{F(1 - \cos \alpha) + mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} = 1,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

illetve

$$(4) \quad a = \frac{(F/m)(M + m - m \cos \alpha) - (M + m)g \sin \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} = 13,95 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

adódik. Ezekből a kis test gyorsulásának inerciarendszerbeli vízszintes és függőleges komponense:

$$a_v^* = A + a \cos \alpha = 13,32 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

és

$$(5) \quad a_f^* = a \sin \alpha = 6,92 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Ez a vektor

$$a^* = \sqrt{(a_v^*)^2 + (a_f^*)^2} = 15,1 \text{ m/s}^2$$

nagyságú és az iránya $\text{tg}(a_f^*/a_v^*) = 27,4^\circ$ -ot zár be a vízszintessel.

Több megoldás alapján

Megjegyzések. 1. A fenti megoldás csak akkor érvényes, ha az *ábrán* látható N erő valóban nyomóerő, vagyis $N \geq 0$. A kis test lejtőre merőleges irányú mozgásegyenletéből ki lehet számítani N -t, s abból leolvasható, hogy az $F \sin \alpha (1 - \cos \alpha) \leq Mg \cos \alpha$ feltételnek kell teljesülnie. A megadott szám adatokkal ez az egyenlőség teljesül, tehát a kis test nem válik el a lejtőtől.

2. Sokan – hibásan – úgy számolták ki a kis test gyorsulását, mintha egy rögzített lejtőn mozogna, majd a kis test által (rögzített) lejtőre kifejtett $mg \cos \alpha$ nyomóerejének vízszintes összetevőjéből és a csigánál fellépő $F(1 - \cos \alpha)$ vízszintes erőből határozták meg a lejtő gyorsulását. Az a hiba ebben a gondolatmenetben, hogy a gyorsuló lejtőn másképp mozog a kis test, mint egy rögzített lejtőn, más erővel nyomja a lejtőt, és emiatt a lejtő gyorsulását is másképp kell számítani. A két test mozgásegyenletét nem lehet egymástól függetlenül kezelni, hanem egyszerre kell megoldani. Ezzel a hibás számítási módszerrel $a = 15 \text{ m/s}^2$ és $A = 1,4 \text{ m/s}^2$ adódik. Ezek a számértékek nincsenek messze a (3) és (4)-ben szereplő eredményektől; ennek az az oka, hogy a $M/m = 5$ tömegarány elég nagy, a lejtő a kis testhez viszonyítva elég nehéz.

